Vorlesung 2: Störungen und Digitalbilder

Dipl.-Math. Dimitri Ovrutskiy

SS 2010 HTWdS

Auf Basis der Vorlesung von
und mit Danksagung an

Hr. Prof. Dr. J. Weikert

Themen:

1. Rauschen
   - Additives Rauschen (insbes. Gauß-Rauschen)
   - Multiplikatives Rauschen
   - Impulsrauschen
2. Unschärfe
   - Faltungen
   - Unschärfemodellierung mit Faltungen

Rauschen 1:

- Digitale Bilder sind oft durch Rauschen in ihrer Qualität beeinflusst
- Rauschen kann sehr vielfältige Gründe haben, z.B.:
  - Körnigkeit von Filmmaterial, das eingescannt wird
  - spezielle Aufnahmerverfahren
  - Qualität der Sensoren einer Kamera
  - Störungen bei Bildübertragung durch Überlagerung der Übertragungskanäle
  - Atmospherische Störungen bei drahtloser Übertragung

Rauschen 2:

- Ziel: Rauschen zu klassifizieren und zu simulieren
- Erzeugung vom Rauschen wird z.B. benötigt, um die Qualität von Bildverarbeitungsverfahren zu testen, da man das Zielbild kennt
- Die eigentlichen Methoden zum Entrauschen werden in späteren Vorlesungen besprochen
- Wir modelieren Rauschen als stochastischen Vorgang

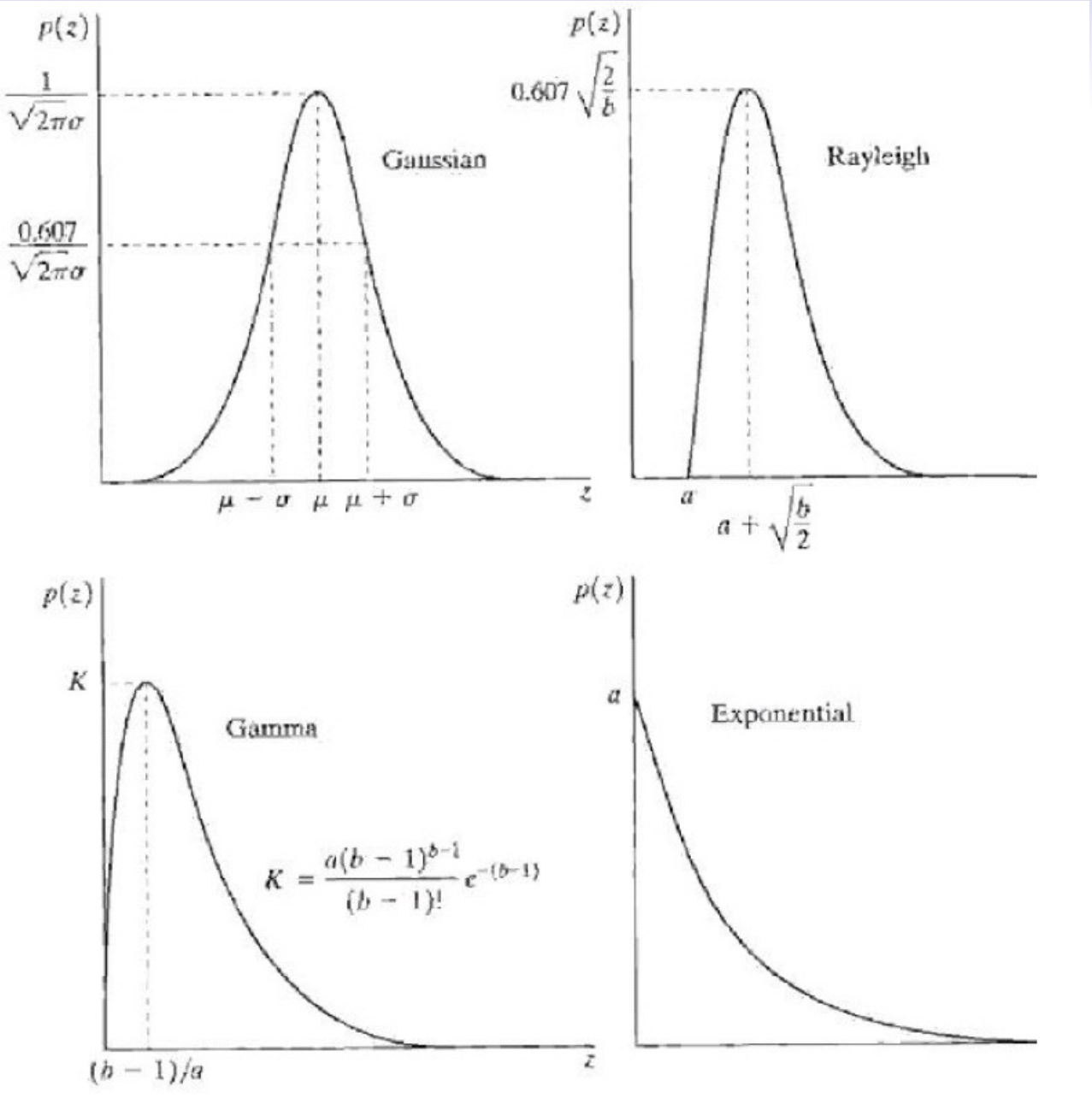
Additives Rauschen:

- wichtigster Rauschtyp
- Grauwert und Rauschen sind unabhängig von einander

$$f_{ij} = g_{ij} + n_{ij}$$

Dabei ist $g = (g_{ij})$ das Originalbild, $n = (n_{ij})$ das Rauschen und $f = (f_{ij})$ das verrauschte Bild

- Verschiedene Formen vom Rauschen n (s.Bild):
  - Gauß-Rauschen (sehr häufig)
  - Rayleigh-Rauschen (Radar)
  - Exponential-Rauschen (Laser Imaging)
  - Gamma-Rauschen (Laser Imaging)



Dichtefunktionen verschiedener Rauschtypen. Autoren: R. C. Gonzalez, R. E. Woods (2002).

Gauß-Rauschen:

- besitzt die Dichtefunktion

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

- μ ist der Mittlewert und σ die Standardabweichung
- Für eine Gauß-verteilte Zufallsvariable X gelten folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 68\%$$

$$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) \approx 95,5\%$$

$$P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) \approx 99,7\%$$

  d.h. das Rauschen liegt fast vollständig in $[\mu - 3\sigma,\ \mu + 3\sigma]$
- Gauß-Rauschen ist eine beliebte Approximation, da es in vielen praktischen Situationen Auftritt, z.B.
  - als thermisches Sensorrauschen in Kameras
  - als Schaltkreisrauschen bei der Signalverstärkung

Erzeugung von Gauß-Rauschen 1:

Standardnormalverteilte Zufallsvariablen (d.h. Gauß-verteilt mit $\mu = 0,\ \sigma = 1$) erzeugt man mit dem **Box-Müller-Verfahren**:

- Ziehe zwei unabhangige, im Intervall $[0, 1]$ gleichverteilte Zufallsveriablen U und V. Implementierung in C:

$$U = (float)rand()/RAND_MAX;$$

$$V = (float)rand()/RAND_MAX;$$

- Berechne

$$N = \sqrt{-2 \ln U} \cos(2\pi V)$$

$$M = \sqrt{-2 \ln U} \sin(2\pi V)$$

Dann sind M und N unabhängige Gauß-verteilte Zufallsvariablen mit Mittelwert 0 und Standardabweichung 1.

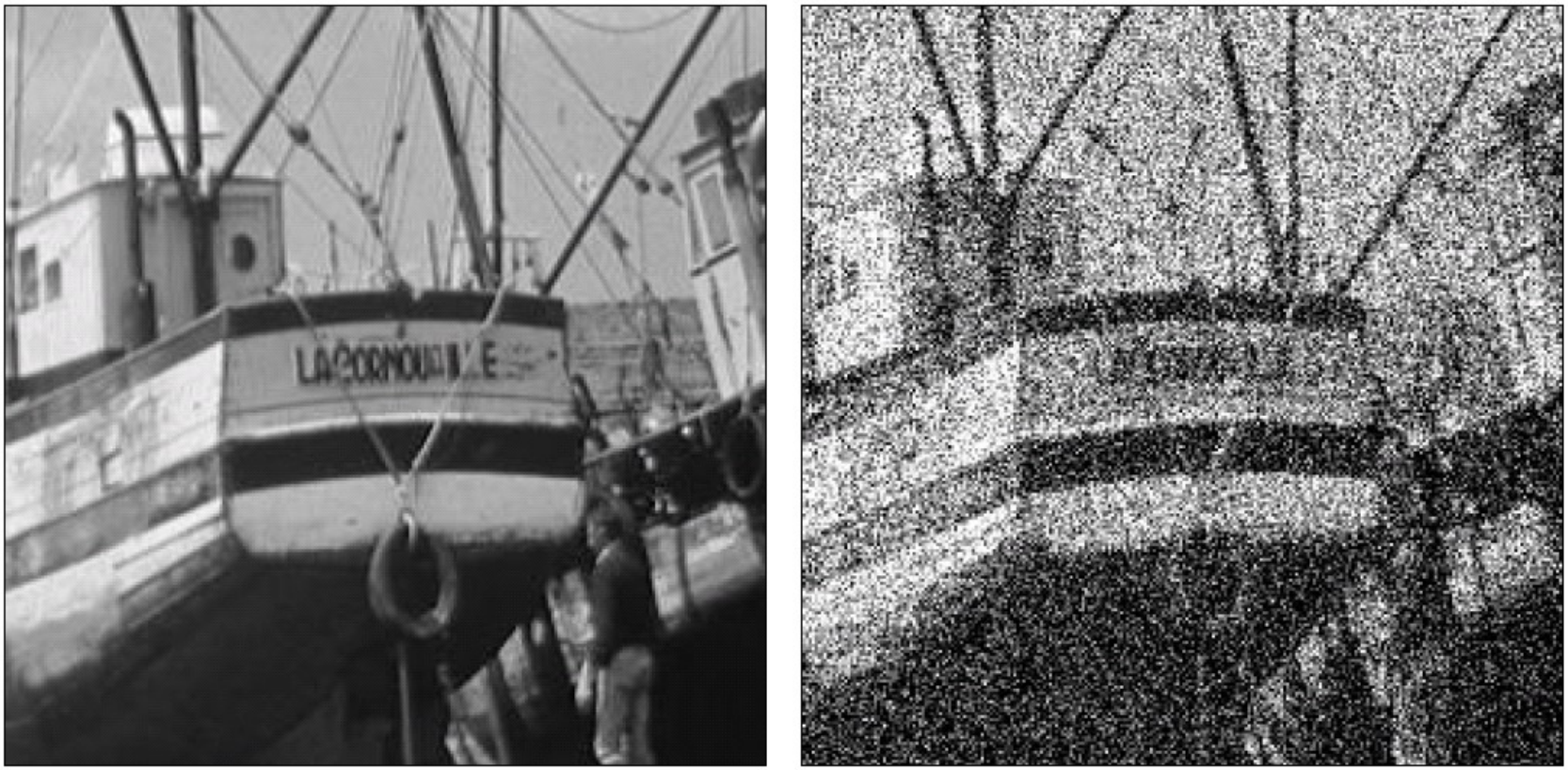
Erzeugung von Gauß-Rauschen 2:

Um einen Grauwert f mit additivem Gauß-Rauschen mit Mittelwert 1 und Standardabweichung σ zu verrauschen, ersetzt man ihn durch

$$f + \sigma N.$$

Dabei ist N eine standardnormalverteilte Zufallsvariable.

Erzeugung von Gauß-Rauschen 3:



(a) LINKS: Originalbild, 256×256 Pixel, Standardabweichung 64,48. (b) RECHTS: Mit Gauß-Rauschen der selben Standardabweichung. Die Grauwerte wurden ausserhalb von $[0, 255]$ abgeschnitten. Autor: J. Weickert (2002).

Erzeugung von Gauß-Rauschen 4:

Warnung!

- Byteweise kodierte Bilder haben Grauwerte in $[0, 255]$
- Addiert man Gauß-Rauschen, so wird dieses Intervall in der Regel verlassen
- Durch byteweise Abspeichern des Bilds werden Grauwerte außerhalb $[0, 255]$ abgeschnitten oder fehlgedeutet
- Derart abgespeicherte Bilder enthalten also kein echtes Gauß-Rauschen
- Abhilfe, wenn echtes Gauß-Rauschen benotigt wird: entweder Bild mit höherer Genauigkeit abspeichern oder Rauschen erst während des Testens erzeugen

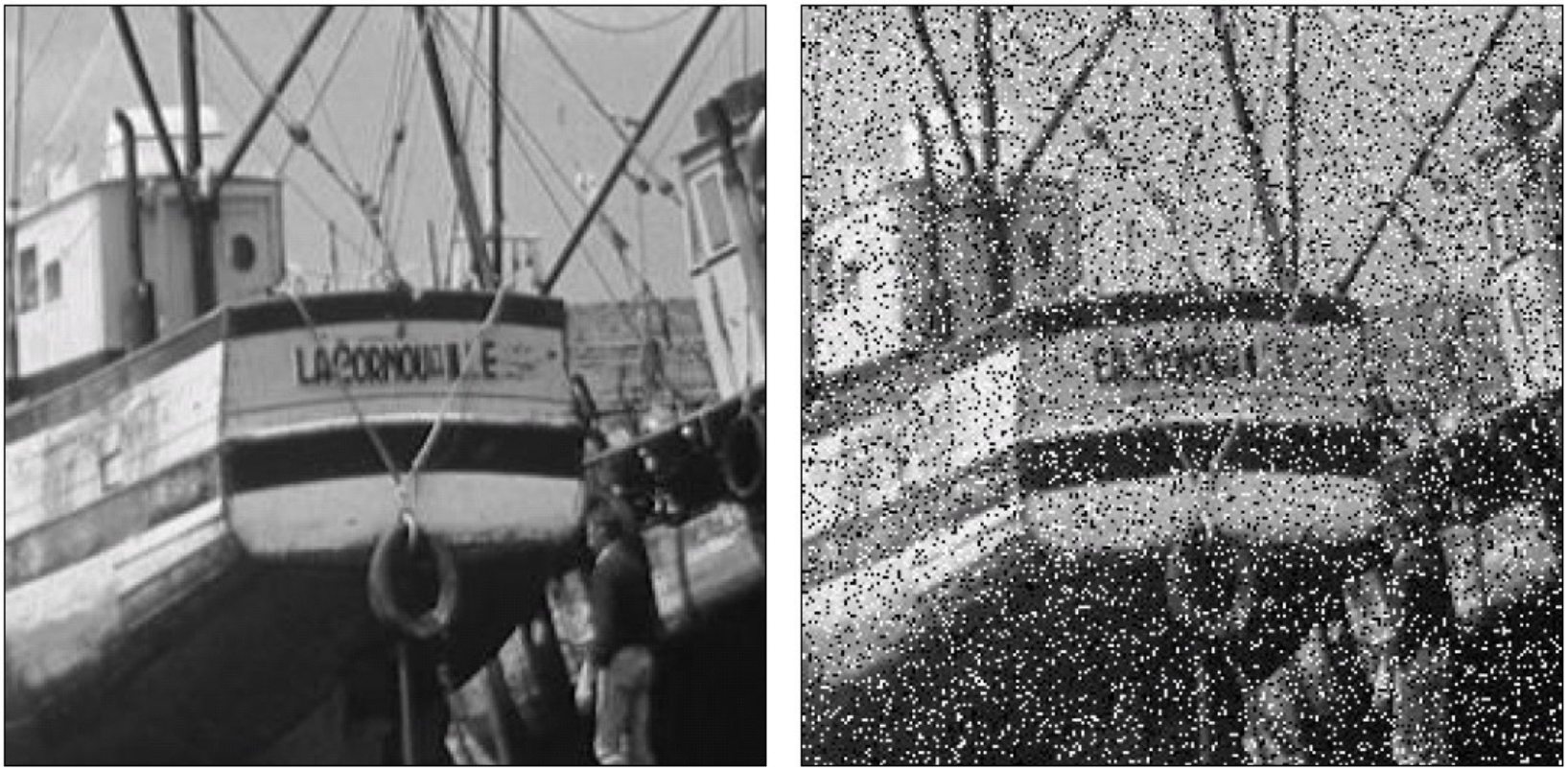
Multiplikatives Rauschen

- Das Rauschen hängt vom Signal ab (im Gegensatz zum additiven Rauschen)
- Oft ist es proportional zum Grauwert:
  $f_{ij} = g_{ij} + n_{ij} g_{ij} = (1 + n_{ij}) g_{ij}$
- Z.B. die durch die Korngröße fotografischer Emulsionen erzeugte Störungen.

Impulsrauschen 1:

- Stört das Bild nur an vereinzelten (!) Pixel, wo fehlerhafte Grauwerte erzeugt werden (im Gegensatz zu additivem und multiplikativem Rauschen, das alle Pixel betrifft)
- tritt z.B. bei Pixelfehler im Sensor der Digitalkamera auf
- bei *unipolarem* Impulsrauschen haben alle Störungen denselben Grauwert, *bipolares* Rauschen kann zwei Grauwerte annehmen
- Falls bipolares Rauschen den höhsten und tiefsten Grauwerte annimt, spricht man von *salt-and-pepper noise*.

Impulsrauschen 2:



(a) LINKS: Originalbild, 256×256 Pixel. (b) RECHTS: 20 Prozent aller Pixel durch salt-and-pepper-Rauschen ersetzt (helle und dunkle Werte gleich häufig). Autor: J. Weickert (2002).

Signal-Rausch-Abstand

- Maß für die Qualitätsminderung eines Bildes durch Rauschen
- Ist g das Ursprungsbild und f das verrauschte Bild, so wird **Signal-Rausch-Abstand** (Dezibel, dB) wie folgt definiert:

$$SNR(f,g) = 10 \log_{10} \frac{\sum_{i,j}(g_{ij}^2)}{\sum_{i,j}(g_{ij} - f_{ij})^2}$$

- Je größer, desto besser!
- Manchmal betrachtet man den Peak-Signal-Rausch-Abstand *PSNR*:

$$PSNR(f,g) = 10 \log_{10} \frac{N \max_{i,j}(g_{i,j}^2)}{\sum_{i,j}(g_{ij} - f_{ij})^2},$$

  wobei N die Gesamtzahl der Pixel im Bild ist.
- Rauschen mit PSNR gröser als 30dB ist praktisch kaum noch wahrnehmbar.

Unschärfe

- neben Rauschen die zweite Störungsquelle
- wird verursacht z.B. durch athmosphärische Störungen, Defokusierung, Unzulänglichleiten des Linsensystems oder Bewegungsunschärfe
- kann interpretiert werden als Grauwertmittelung innerhalb einer Nachbarschaft, Gewichte der Mittelung und Form der Nachbarschaft hängen von der Störungsquelle ab.
- Mittelung läßt sich mathematish als **Faltung** beschreiben

1D Faltung

- Faltung zweier diskreten 1D-Signale $f = (f_i)$ und $w = (w_i)$:

$$(f * w)_i := \sum_k f_{i-k} w_k$$

- Einträge von w kann man als Gewichte (gespiegelt), mit denen man f mittelt, auffassen.
- Z.B. sei f_i der Börsenkurs am Tag i. Mit $w_i = 1/180,\ i = 1, ..., 180$ und 0 sonst ergibt sich für den mittleren Kurs h_i der letzten 180 Tagen vor Tag i:

$$h_i = \sum_k f_{i-k} w_k = \frac{1}{180} \sum_{k=1}^{180} f_{i-k}$$

- kontinuierlicher Fall der Faltung:

$$(f * w)(x) := \int f(x - x') w(x') dx'$$

2D Faltung

- Faltung zweier diskreten Bilder $f = (f_{ij})$ und $w = (w_{ij})$:

$$(f * w)_{ij} := \sum_{k,l} f_{i-k,j-l} w_{k,l}$$

- kontinuierlicher Fall der Faltung:

$$(f * w)(x, y) := \int \int f(x - x', y - y') w(x', y') dx' dy'$$

- Bespiel: ist $w(x, y) = \begin{cases} 1 & f\ddot{u}r\ x^2 + y^2 \leq r^2 \\ 0 & sonst, \end{cases}$ so beschreibt $f * w$ die Glättung eines kontinuierlichen Bildes f durch Mittelung aller Grauwerte innerhalb einer Nachbarschaft mit Radius r.

Die Berechnung im Ortsbereich ist i.A. aufwändig für große Radien.

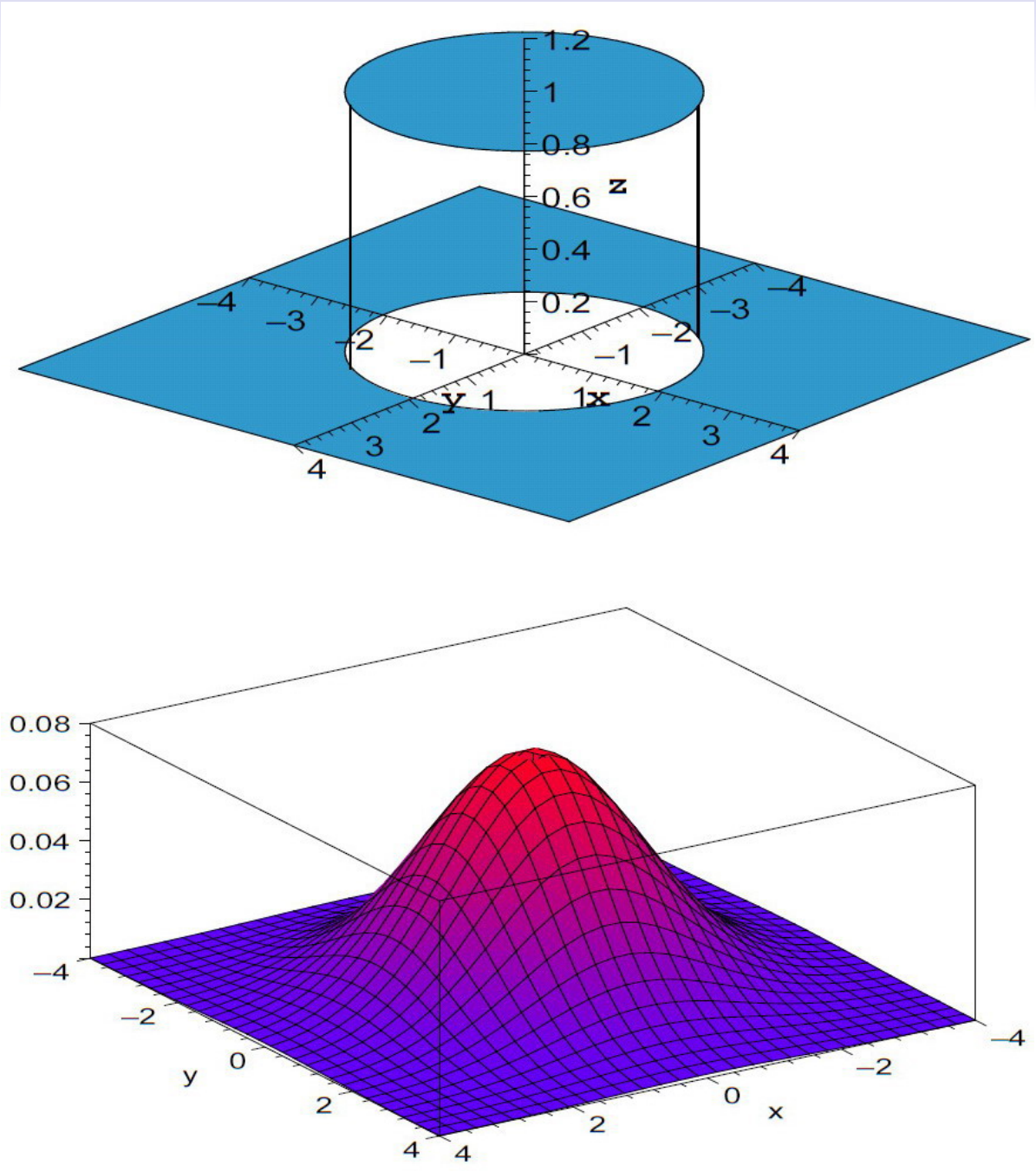
Die Fouriertransformation bietet eine effiziente Alternative.

Unschärfemodelierung mit Faltungskernen

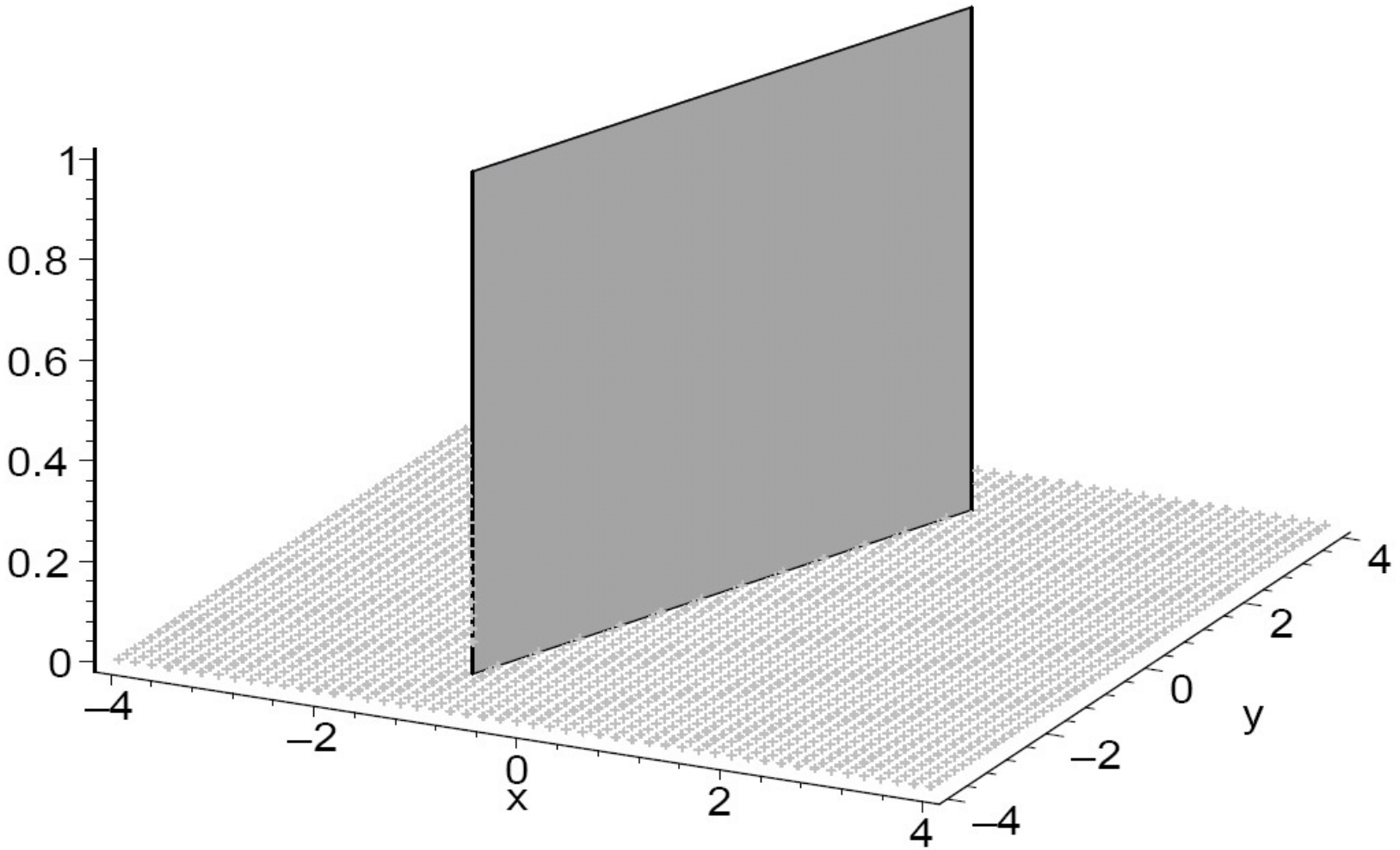
1. **Defokusierte Kameraoptik**: Zylinderartiger Faltungskern
2. **Atmosphärische Störungen bei Teleskopen**: ungefähr zweidimensionaler Gaußkern (S. n. Folie)

$$w(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(\frac{-(x-\mu)^2 - (y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

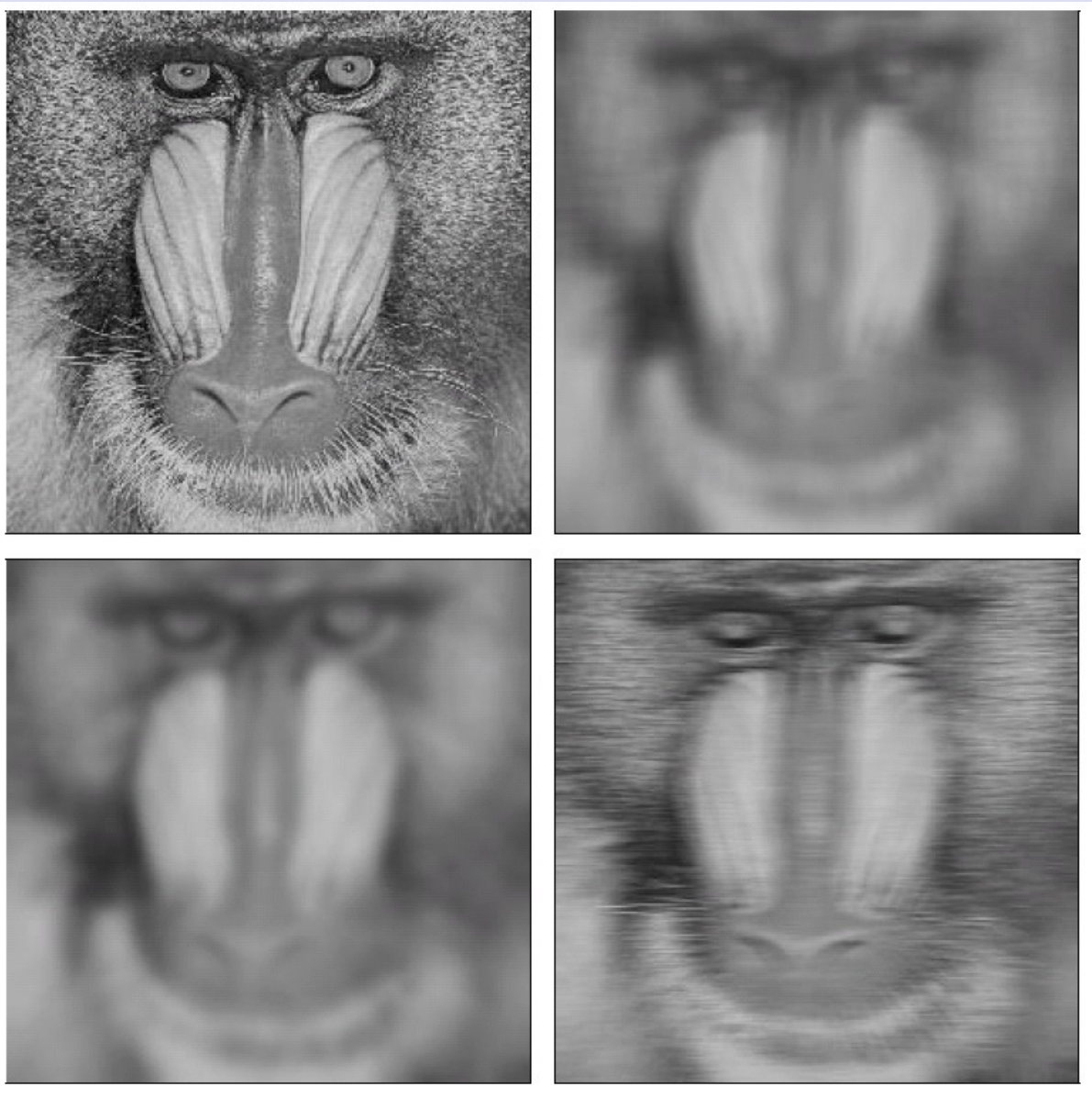
3. **Bewegungsunschärfe**: im Idealfall eindimensionale Boxfunktion längs der Bewegungsrichtung (S. 2 Folien weiter)



(A) Oben: Zylinderartiger Faltungskern. (B) Unten: Gaußkern. Autor: B. Burgeth (2002).



Kern, der eine eindimensionale Faltung mit einer Boxfunktion darstellt. Autor: B. Burgeth (2002).



(a) Oben links: Originalbild, 256×256 Pixel. (b) Oben rechts: Simulation von Defokussierungsunschärfe. (c) Unten links: Unschärfesimalation durch Faltung mit Gaußkern. (d) Unten rechts: Simulation von Bewegungsunschärfe. Autor: J. Weickert (2002).

Zusammenfassung:

- Rauschen und Unschärfe sind häufige Störungen in digitalen Bildern
- Rauschen läßt sich stochastisch modellieren und simulieren
- Besonders wichtig ist additives Gaus-Rauschen mit Mittelwert 0. In manchen Anwendungen tritt auch multiplikatives Rauschen oder Impulsrauschen auf.
- Unschärfe läßt sich durch Faltung mit geeigneten Kernen (Zylinder, Gaus, $1D$-Boxfunktion) simulieren.

Weiterführende Literatur:

R.C.Gonzalez, R.E.Woods:*Digital Image Processing*. Prentice Hall, Upper Saddle River, S.E. 2002