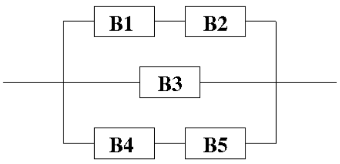
Klausurvorbereitungsaufgaben Statistik 2

Aufgabe 1

Sei B_i das Ereignis B_i = "Bauelement B_i ist O.K", $i = 1, ..., n$. G sei das in folgender Skizze dargestellte Gerät:



Das Gerät funktioniert, wenn mindestens eine Reihe funktioniert. Eine Reihe funktioniert, wenn alle Bauelemente der Reihe funktionieren.
Stellen Sie mit Hilfe der Ereignisse B_i und den Mengenoperationen $\cap$, $\cup$, $\setminus$, sowie Komplementbildung folgende Ereignisse dar:

a) *A= "Das Gerät ist O.K."*

b) *B= "Nur B_1, B_3 und B_5 sind O.K, die anderen Bauelemente nicht."*

c) *C= "Genau 2 Reihen des Gerätes funktionieren."*

d) *D= "Mindestens ein Bauelement ist O.K."*

e) *E= "Mindestens ein Bauelement ist defekt."*

f) *F= "Höchstens ein Bauelement ist O.K."*

Aufgabe 2

Ein 5 – stelliger Zahlencode besteht aus den Ziffern 0,1,...,9. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, den Code auf Anhieb zu erraten, wenn Sie folgende Zusatzinformationen besitzen:

a) *keine weiteren Zusatzinfos.*

b) *Alle Ziffern des Codes unterscheiden sich voneinander!*

c) *Der Code enthält 3 mal die Ziffer 1 und 1 mal die Ziffer 3 und 1 mal die 0!*

d) *Der Code besteht nur aus den Ziffern 2 und 7 und alle beiden Ziffern kommen vor!*

Aufgabe 3

Sei V der zufällige Versuch "Würfeln mit 5 gleichmäßigen Würfeln (Kniffel)". Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

a) *Alle 5 Augenzahlen sind verschieden voneinander!*

b) Pasch, d.h. 5 gleiche Zahlen, sind gewürfelt worden!

c) 3 Fünfer und 2 Vieren werden gewürfelt!

d) Lange Straße, d.h. die Augenzahlen 1,2,3,4,5 sind gewürfelt worden!

e) Höchstens drei Sechsen sind gewürfelt worden.

f) 3 gleiche Augenzahlen $I \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ *und 2 gleiche Augenzahlen* $J \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ *mit* $I \neq J$ *sind gewürfelt worden.*

Aufgabe 4
Aus einem zufällig gemischten Kartenstapel mit 52 Karten (4 Farben zu je 13 Karten: 2,3,4,5,6,7,8,9,10,Bube,Dame,König,Ass) werden drei Karten an einen Spieler gegeben.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:

a) Es sind 2 Könige.

b) Es sind 2 Buben und 1 Ass.

c) Es sind keine Könige und keine Damen.

Aufgabe 5
Sei X die zufällige Lebensdauer eines Bauteils und es gelte $P(X > 200h) = 0,4$ *sowie* $P(X > 100h) = 0,7$. *Wieviel % aller Bauteile, die länger als 100 h 'leben', überleben auch 200 h?*
Sind die beiden Ereignisse X>100 h und X> 200h stochastisch unabhängig voneinander?

Aufgabe 6
Ein Bauteil wird in 2 Tests T_1 *und* T_2 *getestet. Die Wahrscheinlichkeit dafür* T_1 *zu bestehen sei 0,7. Die Wahrscheinlichkeit* T_2 *zu bestehen hängt von* T_1 *ab: ist* T_1 *bestanden worden, so besteht das Bauteil* T_2 *mit der Wahrscheinlichkeit 0,8, sonst ist sie 0,5. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, beide Tests zu bestehen?*

Aufgabe 7
Jemand hat zwei Kinder. Die Geburtswahrscheinlichkeit für Knaben und Mädchen sei je 0,5 und Knaben- und Mädchengeburten seien unabhängig voneinander. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Kinder Jungen sind, wenn

1. *keine sonstigen Angaben vorliegen?*
2. *bekannt ist, dass ein Kind ein Junge ist?*
3. *bekannt ist, dass das älteste Kind ein Junge ist?*

Aufgabe 8

Acht einander fremde Personen besteigen im Erdgeschoss den Lift eines 12stöckigen Hauses (das Erdgeschoss ist bei den 12 Stockwerken nicht mitgezählt). Mit welcher Wahrscheinlichkeit steigt jeder der 8 Fahrgäste in einem anderen Stockwerk aus, wenn alle Stockwerke die gleiche Ausstiegswahrscheinlichkeit haben?

Aufgabe 9

Für die Herstellung von synthetischem Benzin wird von zwei Firmen unabhängig voneinander an einer technisch realisierbaren Lösung geforscht. Die Wahrscheinlichkeit, dass Firma A die Lösung findet ist 0,8; dass Firma B eine Lösung findet ist 0,7.

1. *Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, dass das Problem wenigstens von einer Firma gelöst wird.*

2. *Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird das Problem ungelöst bleiben?*

Aufgabe 10

In Saarbrücken wird im Mittel zu 8% Schwarzgefahren. 80% der Schwarzfahrer haben keine Fahrkarte, während die anderen 20% gefälschte oder illegal besorgte Karten besitzen. Von den ehrlichen Fahrgästen haben im Mittel 4% ihre Fahrkarte vergessen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein kontrollierter Fahrgast, der keine Karte vorzeigen kann, ein Schwarzfahrer?

Aufgabe 11

Eine Krankheit kommt bei ca. 4% der Bevölkerung vor. Ein Test zur Erkennung der Krankheit führt bei 98% der Kranken zu einer Reaktion, aber auch bei 3% der Gesunden.

1. *In wieviel Prozent aller Fälle tritt bei dem Test eine Reaktion ein?*

2. *Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person, bei der die Reaktion eintritt, die Krankheit wirklich hat?*