HTW DES SAARLANDES
Ing.-Wiss. Fakultät, MST/M
Numerik & Statistik
Prof. Dr. B. Grabowski
Dipl.-Math. Dm. Ovrutskiy

Numerik

2. Übungsblatt

Aufgabe 1 *(Landau-Symbole, O & o - Relationen)*
Zeige folgende Zusammenhänge:

a) $f_i = O(g_i)$ *für* $x \to x_0$, $i = 1, 2$. *Dann gilt:*

$$f_1 \cdot f_2 = O(g_1 \cdot g_2),$$

also

$$O(g_1)O(g_2) = O(g_1 g_2)$$

b)

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x) = O(g(x)),\ x \to x_0$$

c) $f_1(x) = o(g_1)(x)$, $x \to x_0$ *und* $f_2(x) = O(g_2)(x)$, $x \to x_0$. *Dann gilt:*

$$f_1(x)f_2(x) = o(g_1(x)g_2(x)),\ x \to x_0$$

d)

$$f(x) - g(x) = o(f),\ x \to x_0 \Rightarrow f(x) - g(x) = o(g),\ x \to x_0$$

Man verwende dabei die Ergebnisse von e)

e) *

$f = o(g)$, $x \to x_0$ *und* $g = o(H)$, $x \to x_0$. *Dann* $f(x) = o(h(x))$, $x \to x_0$. *Anders gesagt,*

$$o(O(h)) = h$$

$$O(o(H)) = o(h)$$

Aufgabe 2
Überlege, welche (und unter welchen Bedingungen) Aussagen des Satzes über Eigenschaften der ***O****-Relation umkehrbar sind. Finde Gegenbeispiele, falls eine oder andere Aussage nicht umkehrbar ist.*

Aufgabe 3 *Man bestimme die allgemeine Lösung des inhomogenen linearen Systems*

$$\begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^x \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad x \geq 0.$$

Weilche spezielle Lösung genügt fen Anfangsbedingungen $y_1(0) = 0.5$, $y_2(0) = 0$*?*

Aufgabe 4 *Man diskutiere die Lösbarkeit des Anwangswertproblems*

$$y' = \sqrt{y}, \ x \geq 0$$
$$y(0) = 0.$$

Man gebe eine Lösung an, die zusätzlich $y(5) = 4$ *erfüllt.*

Aufgabe 5 *Vorgelegt sei ein Anfangswertproblem*

$$y'(x) = x^2 + y(x), \ x \geq 0$$
$$y(0) = 1.$$

Verifizieren Sie, daß es von $y(x) = 3e^x - x^2 - 2x - 2, \ x \geq 0$ *gelöst wird und bestimmen sie vermöge des* ***Eulerischen Polygonzugverfahrens*** *mit Schrittweite* 0.2 *einen Näherungswert* $E(1)$ *für* $y(1)$*. Wie groß ist der prozentuale Fehler?*

Aufgabe 6 *Bestimmen Sie unter Verwendung des* ***Eulerischen Polygonzugverfahrens*** *die exakte Lösung des Anfangswertproblems*

$$y''(x) + y(x) = 0, \qquad 0 \leq x \leq 0$$
$$y(0) = y'(0) = 1.$$

Hinweis: Überführen Sie das Problem zunähst in ein System 1. Ordnung.