

Angewandte Mathematik

Ing.-Wiss., HTWdS

Dipl.-Math. Dm. Ovrutskiy

Aufgabe 1

Durch eine ungenaue Übertragung der Funktionswerte f_k hat sich in der folgenden Tabelle zur Bestimmung eines **quadratischen** Polynoms ein Fehler eingeschlichen.

x_k	-2	-1	0	1	2
y_k	10	3	0	2	6

Es ist bekannt, daß **genau ein** Funktionswert f_k falsch übermittelt wurde. Formulieren Sie zunächst eine allgemeine und eine speziell auf diesen Fall ausgerichtete Strategie, wie man den fehlerhaften Wert f_k auffinden kann. Benutzen Sie sie dann, um den fehlerhaften Wert herauszufinden und berichtigen Sie den entsprechenden Eintrag in der Tabelle.

Plotten Sie in Matlab die (richtige) Interpolationsparabel und markieren Sie alle gegebene Punkte einschl. den falschen. Markieren Sie den berichtigten Punkt. Beschriften Sie Ihre Grafik.

Lösung:

Original-Strategie:

1. jeweils eine Stützstelle weglassen
2. Neville-Algorithmus verwenden
 - wenn $\phi_{33} \neq 0 \Rightarrow$ quadratische Interpolation unmöglich, neuer Versuch
 - wenn $\phi_{33} = 0 \Rightarrow$ die weggelassene Stelle war die 'falsche', d.h. die gesuchte

Vorteile:

- max. 5 Versuche
- immer anwendbar

Nachteile:

- aufwendig (Neville!)
- Polynom-Aufstellung zur Korrektur ebenfalls aufwendig

Alternative (in diesem Fall):

$$x = 0 \rightarrow f(x) = 0$$

1. Wenn dieser eintrag stimmt, hat Polynom die einfache Form $p(x) = a_1x^2 + a_2$

- wähle $0 \neq x_i \neq x_j \neq 0$ als Stützwerte
Bestimme p durch Lösen von

$$\begin{pmatrix} x_i^2 & x_i \\ x_j^2 & x_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 \\ a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_i \\ f_j \end{pmatrix}$$

- Vergleiche $p(x_k)$ an den beiden verbliebenen Stellen mit f_k
Wenn beide falsch \rightarrow neue Wahl (x_i, x_j)
sonst: Stelle, an der $p(x_k) \neq f_k$ ist die gesuchte.

2. $x = 0$ ist die gesuchte Stelle

Vorteile:

- Rechnungen einfacher (2×2)
- Polynom direkt erhalten \rightarrow Korrektur einfach

Nachteile:

- geht nur bei solchen Tabellen mit $x_i = 0, f_i = 0$
- max. $\binom{4}{3} = 6$ Versuche

Versuch:

$\{-2, -1\}$ als Stützstellen:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 \\ a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$a_2 = 2, a_1 = -1$$

$$p(x) = 2x^2 - x$$

$$p(1) = 1 \leftarrow \text{falsch}$$

$$p(2) = 6 \leftarrow \text{richtig}$$

D.h. falsche Übermittlung an der Stelle 1

Richtige Tabelle:

-2	-1	0	1	2
10	3	0	1	6