

HTW DES SAARLANDES
Prof. Dr. R. Lenz
Dipl.-Math. Dm. Ovrutskiy

MATHEMATIK 3 PI-2 WS 2011/12

6. Übungsblatt

Kombinatorik und Stochastik.

Die Aufgaben mit gegebener Antworten werden in der Übungsstunde nicht besprochen und sind zum Selbstlösen!

Aufgabe 1 *Wieviele verschiedene Diagonalen besitzt ein konvexes Dekagon (Zehneck)?*

Aufgabe 2 *Wieviele verschiedene Brüche kann man mit den Zahlen 3, 5, 7, 11, 13, 17 darstellen, indem jedes Bruch aus nur zwei Zahlen kombiniert wird?*

Aufgabe 3 *Wieviele dreistellige durch 3 teilbare Zahlen kann man aus den Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5 zusammenstellen, wenn keine Zahl gleiche Ziffern hat? (Antwort: 40)*

Aufgabe 4 *Wieviele Möglichkeiten gibt es, aus den 10 Tennisspielerinnen und 6 Tennisspieler 4 gemischte Paare zu bilden? (Antwort: $10!/48$)*

Aufgabe 5 *Ein aus 36 Karten bestehendes Kartenspiel werde auf gut Glück in zwei gleichgroße Stöße geteilt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß in beiden Stößen die gleiche Anzahl roter und schwarzer Karten vorhanden ist?*

(Quelle: N.Gnedenko 'Wahrscheinlichkeitsrechnung')

Aufgabe 6 Vorgegeben seien n Teilchen, von denen sich jedes mit ein und derselben Wahrscheinlichkeit $1/N$ in jedem von N ($N > n$) Kästchen befinden kann. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß

1. in n ausgewählten Kästchen je 1 Teilchen befindet,
2. in beliebigen n Kästchen je 1 Teilchen befindet?

Hinweis: Überlegen Sie zuerst, welche Teilchenverteilungen als äquivalent angesehen werden können. Im Abhängigkeit davon werden unterschiedliche Lösungen richtig!

(Quelle: N.Gnedenko 'Wahrscheinlichkeitsrechnung')

Aufgabe 7 Sei X die zufällige Lebensdauer einer Festplatte und es gelte

$$P(X > 5 \text{ Jahre}) = 0.5 \quad \text{sowie} \quad P(X > 3 \text{ Jahre}) = 0.8.$$

Wieviel % aller Festplatten, die länger als 3 Jahre funktionieren, bleiben auch in 5 Jahren intakt?

Sind die beide Ereignisse $X > 3$ Jahre und $X > 5$ Jahre stochastische unabhängig voneinander?

Aufgabe 8 Wir wollen die Zuverlässigkeit eines SPAM-filters untersuchen, dabei nehmen wir an, daß wir genau wissen, was eine SPAM-eMail ist. Unser SPAM-Filter arbeitet wie folgt: es werden alle Texte als SPAM eingestuft, in denen das Wort 'Viagra' vorkommt (Ereignis B). In jedem anderen Fall werden die Texte als OK eingestuft. Es soll die Zuverlässigkeit dieses SPAM-Filters. d.h., die Trennschärfe des Wortes 'Viagra' untersucht werden. Aus Untersuchungen von Texten sei bekannt, daß 20% aller Texte SPAMs sind. Es sei weiterhin bekannt, daß 90% aller Texte, die tatsächlich SPAMs sind, das Wort 'Viagra' vorkommt, aber leider auch in 1% aller Texte, die keine SPAMs sind.

1. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Text, der als SPAM eingestuft wurde, auch wirklich ein SPAM ist?
2. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein nicht als SPAM eingestufte Text ein SPAM ist?

(Quelle: Prof. Dr. B. Grabowski)

Aufgabe 9 Der Nachtwächter der HTWdS hat für die verschiedenen n Eingänge ebenso viele verschiedene, aber gleich aussehende Schlüssel. Wenn er eine Eingangstür öffnen will, geht er nach einer der zwei Methoden vor:

- **Methode S (Systematisch):** Er probiert die Schlüssel nacheinander durch, bis er den passenden gefunden hat.

- **• Methode Z (zufällig):** Er probiert einen Schlüssel; falls dieser nicht passt, schüttelt er den Schlüsselbund und wählt zufällig den nächsten aus. (Dabei kann er natürlich den zuvor getesteten erneut wählen.) Passt dieser auch nicht, schüttelt er den Schlüsselbund erneut usw. . . . Die Zufallsvariablen X_S und X_Z geben die Anzahl der Versuche an, die nach Methode S bzw. Z nötig sind, um den richtigen Schlüssel zu finden. Geben Sie die Verteilungen von X_S und X_Z an und berechnen Sie deren Erwartungswerte und Varianzen.

Hinweis: Nutzen Sie bei der Berechnung von $E(X_Z)$ aus, dass

$$\sum_{k=1}^{\infty} q^k = \frac{1}{1-q}$$

für $|q| < 1$ gilt (geometrische Reihe).

Weitere Hinweise finden Sie in Ihrem Vorlesungsmitschrift!