

MATHEMATIK 3 PI-2 WS 2011/12

2. Übungsblatt

Interpolation; Splines; Regression.

Aufgabe 1 Bestimmen Sie die Zahlen α und β derart, daß die Funktion

$$S : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}, \quad S(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(-x^3 + \alpha x + 4) & \text{für } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{4}(x^3 + \beta x^2 + 7x + 2) & \text{für } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

ein natürlicher kubischer Spline ist.

Aufgabe 2

Durch eine ungenaue Übertragung der Funktionswerte f_k hat sich in der folgenden Tabelle zur Bestimmung eines **quadratischen** Polynoms ein Fehler eingeschlichen.

x_k	-2	-1	0	1	2
y_k	10	3	0	2	6

Es ist bekannt, daß **genau ein** Funktionswert f_k falsch übermittelt wurde. Formulieren Sie zunächst eine allgemeine und eine speziell auf diesen Fall ausgerichtete Strategie, wie man den fehlerhaften Wert f_k auffinden kann. Benutzen Sie sie dann, um den fehlerhaften Wert herauszufinden und berichtigen Sie den entsprechenden Eintrag in der Tabelle.

Aufgabe 3

Gegeben seien die Stützstellen $x_0 = -1, x_1 = 0$ und $x_2 = 1$ mit den dazugehörigen Stützwerten $f_0 = 1, f_1 = 2$ und $f_2 = 1$. Man berechne mit Algorithmus 1.4 den natürlichen Spline $\varphi(x)$ auf dem Intervall $I = [-1, 1]$ bezüglich der Zerlegung $\mathcal{Z}_I = \{x_0, x_1, x_2\}$.

Aufgabe 4

Leiten Sie analog zu Algorithmus 1.4 einen Algorithmus her zur Berechnung der stückweise linear Interpolierenden $\varphi : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$.

Aufgabe 5

Berechnen Sie *ohne Taschenrechner* die Regressionsgerade $y = a + bx$ nach Methode der kleinsten Quadrate für die folgenden Beobachtungswerte (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, 6$:

$$(0; 0), (0; 1), (1; 1), (1; 2), (2; 2), (2; 3).$$

Zeichnen Sie zunächst die Messdatenpunkte in ein Koordinatensystem ein und stellen Sie eine Hypothese darüber auf, welche Gerade die beste sein kann.