

Prof. Dr. H. Wern,

Studiengang Elektrotechnik

Name: _____ Vorname: _____ Matr.Nr.: _____.

1. Vektorrechnung

Gegeben sind die Vektoren $\vec{a} = (-4, 3, -1)$, $\vec{b} = (2, 2, 4)$ und $\vec{c} = (-2, -1, -1)$. Prüfen Sie ob diese drei Vektoren linear unabhängig sind. Wie groß ist das Volumen des durch die Vektoren aufgespannten Spats? Wie groß ist die Höhe des Spats wenn die Grundfläche durch die Vektoren a und b aufgespannt wird? (3 Punkte)

2. Ungleichungen

Für welche reellen x gilt

$$x^2 + 49 > \frac{7x^2 - 294}{7x - 6} \quad (1 \text{ Punkt})$$

3. Lineare Gleichungssysteme

a) Gegeben ist das folgende lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 &= 2a_1 \\ 9x_1 + 6x_2 + 11x_3 &= a_2 \\ 2x_1 + 1x_2 + 2x_3 &= 3a_3 \end{aligned} \quad \text{in Abhängigkeit der reellen Parameter } a_1, a_2, a_3.$$

Diskutieren Sie die Lösungsstruktur des zugehörigen homogenen sowie des inhomogenen Systems. Berechnen Sie die Lösung des inhomogenen Systems für einen geeignet gewählten Parametersatz, für den das lineare Gleichungssystem lösbar ist. (4 Punkte)

b) Man berechne die Determinante der Matrix C. Wie groß ist der Rang von C in Abhängigkeit vom Parameter b?

$$C = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 5 & 6 \\ -1 & -2 & -4b & -1 \\ 4 & b & 4 & 6 \end{pmatrix} \quad (4 \text{ Punkte})$$

4. Funktionen

$$6 \cosh(5x) + 5 \sinh(5x) = 11$$

Lösen Sie diese Gleichung unter Verwendung der Definitionsformeln der Hyperbelfunktionen (2 Punkte)

5. Komplexe Zahlen

Zeigen Sie unter Verwendung der Euler'schen Formel

$$\sin(6x) = 6\cos(x)\sin^5 x - 20\cos^3 x \sin^3 x + 6\cos^5 x \sin x \quad (3 \text{ Punkte})$$

Man bestimme sämtliche Lösungen der Gleichung

$$z^6 - 4z^3 + 12 = 0 \quad (3 \text{ Punkte})$$