

## Vektorrechnung

### 1. Aufgabe

Beweisen Sie mit Hilfe der Vektorrechnung den Satz des Thales:

'Jeder Peripheriewinkel über einem Kreisdurchmesser AB ist ein rechter Winkel'

### 2. Aufgabe

Gegeben sind die Vektoren  $\vec{a} = (3, 2, 7)$ ,  $\vec{b} = (1, 6, 2)$  und  $\vec{c} = (-3, 5, 2)$ .

Prüfen Sie ob diese drei Vektoren linear unabhängig sind. Wie groß ist das Volumen des durch die Vektoren aufgespannten Spats?

Wie groß ist die Höhe des Spats? (Man beachte die Reihenfolge wie das Spatprodukt gebildet wird)

### 3. Aufgabe

Lösen Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme.

a)

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 9x_3 &= 1 \\4x_1 + 6x_2 + 8x_3 &= 2 \\3x_1 + 7x_2 + bx_3 &= 4\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 &= 2 \\3x_1 + 15x_2 - 9x_3 &= 6 \\-3x_1 - 18x_2 + 11x_3 &= 6\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}5x_1 - x_3 &= 2 \\2x_1 + x_2 - x_3 &= 1 \\x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= 1\end{aligned}$$

#### 4. Aufgabe

Berechnen Sie die Determinante von  $C$ . Wie groß ist der Rang von  $C$  in Abhängigkeit vom Parameter  $b$ ?

$$C = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & -1 \\ 6 & -2 & 1 & b \\ -1 & b & -b & -1 \end{pmatrix}$$

**Lösung:**

Aufgabe 1

siehe Klausur- und Übungsaufgaben Papula (H 5)

Aufgabe 2

$V = 151$   $h = 6, 2$

Aufgabe 3

a) für  $b = 41$

$$\begin{aligned} x_1 &= -1 + 19\lambda \\ x_2 &= 1 - 14\lambda \\ x_3 &= \lambda \end{aligned}$$

für  $b \neq 41$

$$\begin{aligned} x_1 &= -1 \\ x_2 &= 1 \\ x_3 &= 0 \end{aligned}$$

b) keine Lösung

$$\begin{aligned} \text{c) } x_3 &= \lambda, x_2 = \frac{1}{5} + \frac{3}{5}\lambda \\ x_1 &= \frac{2}{5} + \frac{1}{5} \end{aligned}$$

Aufgabe 4.

$$\text{Det}(C) = 6b^2 - 29b + 30$$

Ist  $b = \frac{10}{3}$  oder  $b = \frac{3}{2}$  dann ist der  $\text{Rg}(C) = 3$ . Ist  $b \neq \frac{10}{3}$  oder  $b \neq \frac{3}{2}$  dann ist der Rang 4.

**FROHE WEIHNACHTEN!**