

TABELLE ZUR Z-TRANSFORMATION

Nr.	$x(k) = \mathcal{Z}^{-1}[X(z)](k)$	$X(z) = \mathcal{Z}[x(k)](z)$	Bemerkungen
1.	$x(k)$	$\sum_{k=0}^{\infty} x(k)z^{-k}$	Hintransformation
2.	$\frac{1}{2\pi j} \oint_{\gamma} X(z)z^{k-1} dz$	$X(z)$	Rücktransformation
3.	$af(k) + bg(k)$	$aF(z) + bG(z)$	Linearität
4.	$f(k - \ell)$	$z^{-\ell}F(z)$	Versch. nach rechts, $\ell > 0$
5.	$f(k + 1)$	$z(F(z) - f(0))$	Versch. nach links
6.	$f(k + 2)$	$z^2(F(z) - f(0) - f(1)z^{-1})$	Versch. nach links
7.	$f(k + \ell)$	$z^{\ell} \left(F(z) - \sum_{k=0}^{\ell-1} f(k)z^{-k} \right)$	Versch. nach links, $\ell > 0$
8.	$b^{-k}f(k)$	$F(bz)$	Dämpfung, $b \neq 0$
9.	$\sum_{i=0}^k f(k-i)g(i)$	$F(z)G(z)$	k -Faltung
10.	$f(k) - f(k-1)$	$(1 - z^{-1})F(z) = \frac{z-1}{z}F(z)$	k -Ableitung
11.	$\sum_{i=0}^k f(i)$	$\frac{1}{1-z^{-1}}F(z) = \frac{z}{z-1}F(z)$	k -Integral
12.	$f(k)g(k)$	$\frac{1}{2\pi j} \oint_{\gamma} \frac{F(z/w)G(w)}{w} dw$	z -Faltung
13.	$kf(k)$	$-zF'(z)$	z -Ableitung
14.	$\frac{f(k)}{k} = \left(0, f(1), \frac{f(2)}{2}, \dots \right)$	$\int_z^{\infty} \frac{F(w)}{w} dw$	z -Integral, $f(0) \stackrel{!}{=} 0$
15.	$(1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \dots)$	1	δ_{0k}
16.	$(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, \dots)$	$z^{-1} = \frac{1}{z}$	δ_{1k}
17.	$(0, \dots, 0, 1, 0, 0, 0, \dots)$	$z^{-i} = \frac{1}{z^i}$	$\delta_{ik}, i \geq 0$
18.	$(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \dots)$	$\frac{1}{1-z^{-1}} = \frac{z}{z-1}$	1
19.	$(0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \dots)$	$\frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} = \frac{1}{z-1}$	$1 - \delta_{0k}$
20.	$(1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots)$	$\frac{1}{1+z^{-1}} = \frac{z}{z+1}$	$(-1)^k$
21.	$(0, 1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots)$	$\frac{z^{-1}}{1+z^{-1}} = \frac{1}{z+1}$	$(-1)^{k+1} + \delta_{0k}$

TABELLE ZUR Z-TRANSFORMATION

22.	$(1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, \dots)$	$\frac{1}{1 - z^{-2}} = \frac{z^2}{z^2 - 1}$	$\frac{1}{2}(1 + (-1)^k)$
23.	$(0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, \dots)$	$\frac{z^{-1}}{1 - z^{-2}} = \frac{z}{z^2 - 1}$	$\frac{1}{2}(1 + (-1)^{k+1})$
24.	$(0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, \dots)$	$\frac{z^{-2}}{1 - z^{-2}} = \frac{1}{z^2 - 1}$	$\frac{1}{2}(1 + (-1)^k) - \delta_{0k}$
25.	$(1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, 0, \dots)$	$\frac{1}{1 + z^{-2}} = \frac{z^2}{z^2 + 1}$	$\cos\left(\frac{\pi}{2}k\right)$
26.	$(0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, -1, \dots)$	$\frac{z^{-1}}{1 + z^{-2}} = \frac{z}{z^2 + 1}$	$\sin\left(\frac{\pi}{2}k\right)$
27.	$(0, 0, 1, 0, -1, 0, 1, 0, \dots)$	$\frac{z^{-2}}{1 + z^{-2}} = \frac{1}{z^2 + 1}$	$-\cos\left(\frac{\pi}{2}k\right) + \delta_{0k}$
28.	$(0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, \dots)$	$\frac{z^{-2}}{1 - z^{-1}} = \frac{1}{z(z - 1)}$	$1 - \delta_{0k} - \delta_{1k}$
29.	$(0, 0, 1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots)$	$\frac{z^{-2}}{1 + z^{-1}} = \frac{1}{z(z + 1)}$	$(-1)^k - \delta_{0k} + \delta_{1k}$
30.	$(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots)$	$\frac{1}{(1 - z^{-1})^2} = \frac{z^2}{(z - 1)^2}$	$k + 1$
31.	$(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \dots)$	$\frac{z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2} = \frac{z}{(z - 1)^2}$	k
32.	$(0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots)$	$\frac{z^{-2}}{(1 - z^{-1})^2} = \frac{1}{(z - 1)^2}$	$k - 1 + \delta_{0k}$
33.	$(1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots)$	$\frac{1}{(1 + z^{-1})^2} = \frac{z^2}{(z + 1)^2}$	$(-1)^k(k + 1)$
34.	$(0, 1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots)$	$\frac{z^{-1}}{(1 + z^{-1})^2} = \frac{z}{(z + 1)^2}$	$(-1)^{k+1}k$
35.	$(0, 0, 1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots)$	$\frac{z^{-2}}{(1 + z^{-1})^2} = \frac{1}{(z + 1)^2}$	$(-1)^k(k - 1) + \delta_{0k}$
36.	k^2	$\frac{(1 + z^{-1})z^{-1}}{(1 - z^{-1})^3} = \frac{z(z + 1)}{(z - 1)^3}$	
37.	$(k - 1)^2 - \delta_{0k}$	$\frac{(1 + z^{-1})z^{-2}}{(1 - z^{-1})^3} = \frac{z + 1}{(z - 1)^3}$	
38.	$(-1)^{k+1}k^2$	$\frac{(1 - z^{-1})z^{-1}}{(1 + z^{-1})^3} = \frac{z(z - 1)}{(z + 1)^3}$	
39.	$(-1)^k(k - 1)^2 - \delta_{0k}$	$\frac{(1 - z^{-1})z^{-2}}{(1 + z^{-1})^3} = \frac{z - 1}{(z + 1)^3}$	

TABELLE ZUR Z-TRANSFORMATION

40.	b^k	$\frac{1}{1 - bz^{-1}} = \frac{z}{z - b}$	
41.	b^{-k}	$\frac{b}{b - z^{-1}} = \frac{bz}{bz - 1}$	$b \neq 0$
42.	kb^k	$\frac{bz^{-1}}{(1 - bz^{-1})^2} = \frac{bz}{(z - b)^2}$	
43.	kb^{-k}	$\frac{bz^{-1}}{(b - z^{-1})^2} = \frac{bz}{(bz - 1)^2}$	$b \neq 0$
44.	k^2b^k	$\frac{(1 + bz^{-1})bz^{-1}}{(1 - bz^{-1})^3} = \frac{bz(z + b)}{(z - b)^3}$	
45.	k^2b^{-k}	$\frac{(b + z^{-1})bz^{-1}}{(b - z^{-1})^3} = \frac{bz(bz + 1)}{(bz - 1)^3}$	$b \neq 0$
46.	$\sin(ak)$	$\frac{z^{-1} \sin a}{1 - 2z^{-1} \cos a + z^{-2}}$ $= \frac{z \sin a}{z^2 - 2z \cos a + 1}$	
47.	$\cos(ak)$	$\frac{1 - z^{-1} \cos a}{1 - 2z^{-1} \cos a + z^{-2}}$ $= \frac{z^2 - z \cos a}{z^2 - 2z \cos a + 1}$	
48.	$k \sin(ak)$	$\frac{(z^{-1} - z^{-3}) \sin a}{(1 - 2z^{-1} \cos a + z^{-2})^2}$ $= \frac{(z^3 - z) \sin a}{(z^2 - 2z \cos a + 1)^2}$	
49.	$k \cos(ak)$	$\frac{(z^{-1} + z^{-3}) \cos a - 2z^{-2}}{(1 - 2z^{-1} \cos a + z^{-2})^2}$ $= \frac{(z^3 + z) \cos a - 2z^2}{(z^2 - 2z \cos a + 1)^2}$	
50.	$b^{-k} \sin(ak)$	$\frac{bz^{-1} \sin a}{b^2 - 2bz^{-1} \cos a + z^{-2}}$ $= \frac{bz \sin a}{b^2 z^2 - 2bz \cos a + 1}$	$b \neq 0$
51.	$b^{-k} \cos(ak)$	$\frac{b^2 - bz^{-1} \cos a}{b^2 - 2bz^{-1} \cos a + z^{-2}}$ $= \frac{bz(bz - \cos a)}{b^2 z^2 - 2bz \cos a + 1}$	$b \neq 0$

Grenzwertsätze:

$$x(0) = \lim_{k \rightarrow 0} x(k) = \lim_{z \rightarrow \infty} X(z)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1)X(z)$$