Klausur Mathematik 1 KI/MT/SFT   SS 05 Prof. Dr. B. Grabowski
Dauer: 2 Stunden

Name: Matr. Nr.:

Aufgabe1 (2 Punkte):

Zeigen Sie, dass die 3 Vektoren $\vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{b}_3 = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ linear unabhängig sind!

Aufgabe 2 (3 Punkte):

Schreiben Sie den Vektor $\vec{a} = (5,-2,3)^T$ als Linearkombination $\vec{a} = \lambda_1\vec{b}_1 + \lambda_2\vec{b}_2 + \lambda_3\vec{b}_3$ der drei Vektoren $\vec{b}_1 = (1,1,0)^T, \vec{b}_2 = (-1,0,2)^T, \vec{b}_3 = (-1,1.0)^T$, d.h., bestimmen Sie $\lambda_1, \lambda_2, und \quad \lambda_3$.

Aufgabe 3 (3 Punkte):

$\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ seien linear unabhängige Vektoren im R^3. Untersuchen Sie, ob dann auch $\vec{b}_1 = \vec{a}_1 - \vec{a}_2 + \vec{a}_3$, $\vec{b}_2 = \vec{a}_2 + \vec{a}_1$ und $\vec{b}_3 = -\vec{a}_3$ linear unabhängig sind!

Aufgabe 4 (3 Punkte):

Für welche a hat folgendes Gleichungssystem unendlich viele Lösungen?

ax1 + x2 + x3 = 1
x1 + ax2 + x3 = 1
x1 + x2 + ax3 = 1

Aufgabe 5 (3 Punkte):

Durch die Gleichung 6x + 3y + 2z = 6 ist eine Ebene E gegeben.

a) Geben Sie alle Ebenen an, die im Abstand d=4 parallel zu dieser Ebene E verlaufen.
b) Geben Sie eine Gerade an, die in dieser Ebene E liegt!

Aufgabe 6 (3 Punkte):

Seien $\vec{a} = (5,-2,3)^T$ und $\vec{b}_1 = (1,1,3)^T$ zwei Vektoren.

a) Geben Sie einen dritten Vektor an, der mit diesen beiden zusammen ein Dreieck bildet!
b) Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks!

Aufgabe 7: (3 Punkte)

Beweisen Sie folgende Aussage mit einem geeigneten Beweisprinzip:

$$\forall n \in N \qquad mit \qquad n \geq 8 \qquad gilt: 3^{(n+1)} \leq n!$$

Tauschaufgabe:
(Geben Sie genau an, gegen welche Aufgabe Sie Aufgabe 8 tauschen wollen!)

Aufgabe 8 (2 Punkte):

Ermitteln Sie grafisch und rechnerisch alle reellen Lösungen x der Ungleichung:

$$|x-1| > x^2 - 1$$