HTW	**Mathematik I Lösungen zur Übung 1**
	MST

Zu Aufgabe 1

a) $\forall x \in G: g(x) \Rightarrow (i(x) \wedge e(x))$
b) $(\exists x \in G: g(x) \wedge i(x)) \wedge (\exists x \in G: g(x) \wedge m(x))$
c) $(\forall \exists x \in G: \neg g(x) \vee \neg i(x)) \vee (\forall x \in G: \neg g(x) \vee \neg m(x))$
d) $\forall x \in G: g(x) \Rightarrow e(x)$

Zu Aufgabe 2

Sei N Menge der nat. Zahlen, P Menge der Primzahlen, R Menge der rellen Zahlen

a) $\forall n \in N \; \exists p \in N : p > n \quad und \;\; p = 0 \bmod 3$
b) $\forall r \in R : \quad r^2 \geq 0$
c) $\exists q \in R : \quad q^2 < 0$
d) $\forall m \in N :$ m^2 gerade $\Rightarrow$ m gerade
e) $\forall m \in N :$ m ungerade $\Rightarrow$ m^2 ungerade
f) $\neg(\forall m \in N :$ m^2 gerade $\Rightarrow$ m gerade)
$\Leftrightarrow \neg(\forall m \in N :$ m gerade$\vee \neg$ m^2 gerade)
$\Leftrightarrow \exists m \in N: \neg($ m gerade$\vee \neg$ m^2 gerade)
$\Leftrightarrow \exists m \in N:$ ($\neg$m gerade$\wedge$ m^2 gerade)
$\Leftrightarrow \exists m \in N:$ (m ungerade$\wedge$ m^2 gerade)

g) $\forall x \in R, \forall y \in R(\quad wenn \quad x < y \quad so \quad \exists z \in R$ mit $x<z<y$)
h) $\neg(\forall x \in R, \forall y \in R(\quad wenn \quad x < y \quad so \quad \exists z \in R$ mit $x<z<y$))
$\Leftrightarrow \quad \exists x \in R \neg(\forall y \in R(\quad wenn \quad x < y \quad so \quad \exists z \in R$ mit $x<z<y$))
$\Leftrightarrow \; \exists x \in R \exists y \in R \neg(\quad wenn \quad x < y \quad so \quad \exists z \in R$ mit $x<z<y$))
$\Leftrightarrow \quad \exists x \in R \exists y \in R \neg(\quad \neg \quad (x < y) \vee \quad (\exists z \in R$ mit $x<z<y$))
$\Leftrightarrow \quad \exists x \in R \exists y \in R(\qquad x < y \wedge \quad \forall z \in R : \neg($ $x<z<y$)) (de Morgan'sche Regeln)
----

i) $\exists n \in N : (n \equiv 0 \bmod 2 \wedge n = 0 \bmod 3)$
j) $\forall x \in R^+ \; \exists y \in R^+$: $y< x$ (R^+=Menge der positiven reellen Zahlen).

Zu Aufgabe 3 a)

$(a \Rightarrow b) \Leftrightarrow (\neg a \vee b)$

Vergleiche die Wahrheitstafeln:

a	b	$\neg a \vee b$		a	b	$a \Rightarrow b$
W	W	W		W	W	W
F	W	W		F	W	W
W	F	F		W	F	F
F	F	W		F	F	W

Für die vier verschiedenen Bewertungsmöglichkeiten von a und b stimmen die Wahrheitswerte beider Ausdrücke überein. Also sind die beiden Aussagen äquivalent.

Zu Aufgabe 3 b)

$(a \Rightarrow b) \Leftrightarrow (\neg b \Rightarrow \neg a)$

Vergleiche die Wahrheitstafeln:

a	b	$a \Rightarrow b$
W	W	W
F	W	W
W	F	F
F	F	W

a	b	$\neg b \Rightarrow \neg a$
W	W	W
F	W	W
W	F	F
F	F	W

Für die vier verschiedenen Bewertungsmöglichkeiten von a und b stimmen die Wahrheitswerte beider Ausdrücke überein. Also sind die beiden Aussagen äquivalent.

Zu Aufgabe 3 c)

$\neg(a \vee b) \Leftrightarrow (\neg a \wedge \neg b)$

Vergleiche die Wahrheitstafeln:

a	b	$\neg(a \vee b$
W	W	F
F	W	F
W	F	F
F	F	W

a	b	$\neg a \wedge \neg b$
W	W	F
F	W	F
W	F	F
F	F	W

HTW	**Mathematik I Lösungen zur Übung 1**
	MST

Zu Aufgabe 4

Wir stellen die Wahrheitswerttabelle von auf: $(a \vee b) \vee (a \Rightarrow \neg b)$

a	b	a ∨ b	a $\Rightarrow \neg b$	$(a \vee b) \vee (a \Rightarrow \neg b)$
W	W	W	F	W
W	F	W	W	W
F	W	W	W	W
F	F	F	W	W

Der Ausdruck $(a \vee b) \vee (a \Rightarrow \neg b)$ ist also immer Wahr. Wir bezeichnen solche Ausdrücke, die immer Wahr sind als ‚Tautologie' .

Zu Aufgabe 5

Die Schaltung ist folgendermaßen beschreibbar:

$(p \vee q) \wedge (p \vee q \vee (r \wedge q))$ (1.1)

da $q \vee (r \wedge q) = (q \vee r) \wedge (q \vee q) = q$ ist (siehe Vorlesung), gilt für (1.1) wegen der Assoziativität:

$(p \vee q) \wedge (p \vee (q \vee (r \wedge q)) = (p \vee q) \wedge (p \vee q) = p \vee q$

Zu Aufgabe 6

$a)\sum_{i=1}^{8} i^2 \quad b)\sum_{i=0}^{8} 2^i \quad c)\sum_{i=1}^{6} i \cdot (-1)^{i+1} \cdot 10^i$

Zu Aufgabe 7

a) $\sum_{i=0}^{4} \frac{1}{i+1} = \sum_{i=1}^{5} \frac{1}{i}$ Indextransformation $k = i+1$

b) $\sum_{i=1}^{4} \frac{1}{2i} = \sum_{i=5}^{8} \frac{1}{2i-8}$ Indextransformation $2i = 2k - 8$

c) $\sum_{i=0}^{10} (3i+4) = \sum_{i=2}^{12} (3i-2)$ Indextransformation k=i+2