HTW	**Mathematik I Lösungen zu Übung 3**
	MST

Zu Aufgabe 1

a) 4/9= $0{,}444... = 0{,}\overline{4}$

b) $p\cdot 10 - p = 4{,}444 - 0{,}444 = 4 \Leftrightarrow p(10-1) = 4 \Leftrightarrow p = \frac{4}{9}$

c) $p = 31{,}1343\overline{2} \Rightarrow p\cdot 10^5 - p\cdot 10^4 = 3113432 - 311343 = 2802089 \Leftrightarrow$

$p = \frac{2802089}{90000}$

Zu Aufgabe 2

a) $(4^{0,3})^{10} = 4^{0,3\cdot 10} = 4^3 = 64$

b) $\sqrt[3]{\sqrt[2]{64}}\cdot\sqrt[3]{8} = \left(64^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\cdot 8^{\frac{1}{3}} = 8^{\frac{1}{3}}\cdot 8^{\frac{1}{3}} = 2\cdot 2 = 4$

Zu Aufgabe 3

a) $\log_{27}(x) + 2\log_9(x) + \log_3(x) = 3{,}5$

$\Leftrightarrow \frac{\ln(x)}{\ln(27)} + 2\frac{\ln(x)}{\ln(9)} + \frac{\ln(x)}{\ln(3)} = \frac{7}{2} \Leftrightarrow \ln(x)\left(\frac{1}{\ln(3^3)} + \frac{2}{\ln(3^2)} + \frac{1}{\ln(3)}\right) = \frac{7}{2} \Leftrightarrow$

$\ln(x)\left(\frac{1}{3\ln(3)} + \frac{2}{2\ln(3)} + \frac{1}{\ln(3)}\right) = \frac{7}{2} \Leftrightarrow \ln(x)\frac{7}{3\ln(3)} = \frac{7}{2} \Leftrightarrow \ln(x) = \frac{3}{2}\ln(3)$

$\Leftrightarrow \ln(x) = \ln(3^{\frac{3}{2}}) \Leftrightarrow \ln(x) = \ln(\sqrt{27}) \Leftrightarrow x = \sqrt{27}$

b) $4^{2x} - 3^x = 2^{4x} + 3^{x+1}$

$\Leftrightarrow 2^{4x} - 3^x = 2^{4x} + 3^{x+1} \Leftrightarrow -1 = 3^{x+1-x} \Leftrightarrow -1 = 3 \Rightarrow$

keine Lösung in R $\Rightarrow \mathrm{L} = \varnothing$

c) $\lg(2x-3) - \lg(3x+4) = -1$

$(2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}) \wedge (3x + 4 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{4}{3}) \Rightarrow x > \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \lg(\frac{2x-3}{3x+4}) = -1 \Leftrightarrow \frac{2x-3}{3x+4} = 10^{-1} \Leftrightarrow 20x - 30 = 3x + 4 \Leftrightarrow 17x = 34 \Leftrightarrow x = 2$

insgesamt: Lösungsmenge: $\mathrm{L} = \{2\}$

d) $\ln(\sqrt{x}) + 2\ln(x) = \ln(2x)$

$\Leftrightarrow \ln(x^{\frac{1}{2}}) + 2\ln(x) = \ln(x) + \ln(2) \Leftrightarrow \frac{3}{2}\ln(x) = \ln(2) \Leftrightarrow \ln(x) = \ln(2^{\frac{2}{3}}) \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{4}$

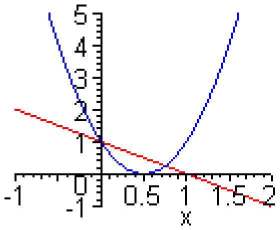
L= $\{\sqrt[3]{4}\}$

e) $(2x-1)^2 = -x+1$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 = -x + 1 \Leftrightarrow 4x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow (x=0) \vee (x = \frac{3}{4})$

Lösungsmenge:L= $\left\{0, \frac{3}{4}\right\}$

Graphisch: Blau: $y = (2x-1)^2$ rot: $y = -x+1$



f) $\sqrt{x-4} + \sqrt{2+x} = \sqrt{x+1}$

Def.breich D: $(x \geq 4) \wedge (x \geq -2) \wedge (x \geq -1) \Rightarrow x \geq 4$, also D= $[4, \infty]$

Quadrieren(s.o.!) $\Rightarrow (x-4) + (2+x) + 2\sqrt{(x-4)(2+x)} = x+1 \Leftrightarrow$

$2x - 2 + 2\sqrt{x^2 - 2x - 8} = x + 1 \Leftrightarrow$

$2\sqrt{x^2 - 2x - 8} + = -x + 3 \Rightarrow 4(x^2 - 2x - 8) = x^2 - 6x + 9 \Leftrightarrow$

$3x^2 - 2x - 41 = 0 \Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{1}{3} \pm \frac{2}{3}\sqrt{31}$

Probe, da nicht nur Äquivalenzumformungen:

$x_1 = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\sqrt{31}$,da $x_1 < 4$ Wid. zur Vor. , also ist x_1 keine Lösung

$x_2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\sqrt{31}$ einsetzen oder:

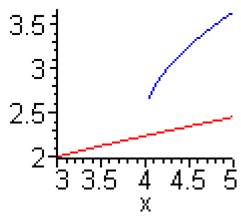
da man für alle x aus dem Def.bereich zeigen kann:

$\sqrt{x+1} < \sqrt{x-4} + \sqrt{2+x}$

kann die Gleichung keine Lösung haben

Bew.: $\sqrt{x+1} < \sqrt{x+2} \Leftrightarrow \sqrt{x+1} < \sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}$,da $\sqrt{x-4} \geq 0 \forall x \in$ R

Graphisch Blau: $y = \sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}$ rot: $y = \sqrt{x+1}$



Zu Aufgabe 4

a) $2x-9 \le \sqrt{x^2+21}$
D=$\mathbb{R}$

1.Fall: $2x-9 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge \frac{9}{2}$

$\Rightarrow (2x-9)^2 \le x^2+21 \Leftrightarrow 3x^2-36x+60 \le 0 \Leftrightarrow (x-6)^2 \le -20+36$

$(-4+6 \le x) \vee (x \le 4+6) \Leftrightarrow -2 \le x \le 10$

insgesamt: $(x \ge \frac{9}{2}) \wedge (-2 \le x \le 10) \Leftrightarrow \frac{9}{2} \le x \le 10$

L$_2 = \left[\frac{9}{2},10\right]$

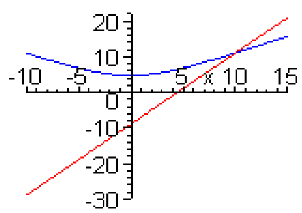
2.Fall: $x < \frac{9}{2}$

$\Rightarrow$ Ungleichung immer erfüllt, da dann immer gilt: $\sqrt{x^2+21} \ge 0$, also auch größer als jede negative Zahl $\Rightarrow$ L$_2 = \left(-\infty, \frac{9}{2}\right)$

Gesamtlösungsmenge: L $= (-\infty,10]$

Graphisch:

Blau: $\sqrt{x^2+21}$ rot: $2x-9$



b) $|x-2| \ge x^2$ D=$\mathbb{R}$

1.Fall: $x-2 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge 2$

$$x-2 \ge x^2 \Leftrightarrow x^2 - x + 2 \le 0 \Leftrightarrow (x-\frac{1}{2})^2 \le -2+\frac{1}{4}$$

$\Rightarrow$ keine rellen Lösungen, Lösungsmenge leer

2.Fall: $x < 2$

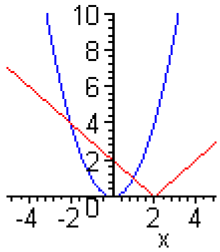
$$-x+2 \ge x^2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 \le 0 \Leftrightarrow (x+\frac{1}{2})^2 \le 2+\frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right) \le x \vee \left(x \le -\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)$$

Gesamtlösungsmenge L $= \{x \mid -2 \le x \le 1 \wedge x < 2\}$

L $= [-2,1]$

Graphisch:

Blau. $y = x^2$, rot: $y = |x-2|$



Zu Aufgabe 5

$$M_1 = \{x \mid |2x+3| < |4x-7|\}$$
$$M_2 = \{x \mid |x-1| > |2x+3|\}$$

zu M_1:

1.Fall: $(2x+3 \ge 0) \wedge (4x-7 \ge 0) \Leftrightarrow (x \ge -\frac{3}{2}) \wedge (x \ge \frac{7}{4}) \Leftrightarrow x \ge \frac{7}{4}$

$\Rightarrow 2x+3 < 4x+7 \Leftrightarrow 10 < 2x \Leftrightarrow 5 < x$

L$_1 = (5,\infty)$

2.Fall: $(2x+3 < 0) \wedge (4x-7 < 0) \Leftrightarrow x < -\frac{3}{2}$

$\Rightarrow -2x-3 < -4x+7 \Leftrightarrow 2x < 10 \Leftrightarrow x < 5$

L$_2 = \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right)$

3.Fall: $(2x+3 < 0) \wedge (4x-7 \ge 0) \Leftrightarrow (x < -\frac{3}{2}) \wedge (x \ge \frac{7}{4}) \Rightarrow$

L$_3 = \varnothing$

4.Fall: $(2x+3 \ge 0) \wedge (4x-7 < 0) \Leftrightarrow (x \ge -\frac{3}{2}) \wedge (x < \frac{7}{4}) \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right)$

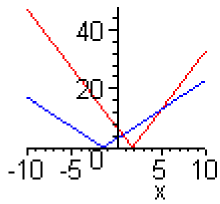
$2x+3<-4x+7 \Leftrightarrow 6x<4 \Leftrightarrow x<\frac{2}{3}$

$L_4=\left[-\frac{3}{2},\frac{2}{3}\right)$

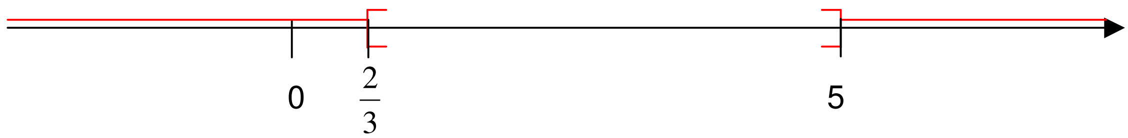
Gesamte Lösungsmenge $L=L_1 \cup L_2 \cup L_3 \cup L_4$

$$\Rightarrow L=\left(-\infty,\frac{2}{3}\right) \cup (5,\infty)$$

<u>Graphisch</u>: $blau: |2x+3| \qquad rot: |4x-7|$



<u>Zahlengerade:</u>



zu M_2:

1.Fall: $(x-1 \geq 0) \wedge (2x+3 \geq 0) \Leftrightarrow (x \geq 1) \wedge (x \geq -\frac{3}{2}) \Leftrightarrow x \geq 1$

$\Rightarrow x-1>2x+3 \Leftrightarrow -4>x$

$\Rightarrow (x<-4) \wedge (x \geq 1) \Rightarrow L_1=\varnothing$

2.Fall: $(x-1<0) \wedge (2x+3<0) \Leftrightarrow x \leq -\frac{3}{2}$

$\Rightarrow -x+1>-2x-3 \Leftrightarrow x>-4$

$\Rightarrow L_2=(-4,-\frac{3}{2})$

3.Fall: $(x-1<0) \wedge (2x+3 \geq 0) \Leftrightarrow (x<1) \wedge (x \geq -\frac{3}{2}) \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{3}{2},1\right)$

$\Rightarrow -x+1>2x+3 \Leftrightarrow -2>3x \Leftrightarrow x<-\frac{2}{3}$

$\Rightarrow L_3=\left[-\frac{3}{2},-\frac{2}{3}\right)$

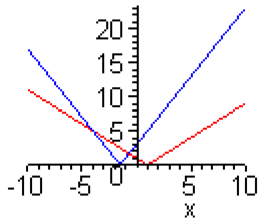
4.Fall: $(x-1>0) \wedge (2x+3 \leq 0) \Leftrightarrow (x>1) \wedge (x \leq -\frac{3}{2}) \Rightarrow L_4=\varnothing$

Gesamte Lösungsmenge $L=L_1 \cup L_2 \cup L_3 \cup L_4$

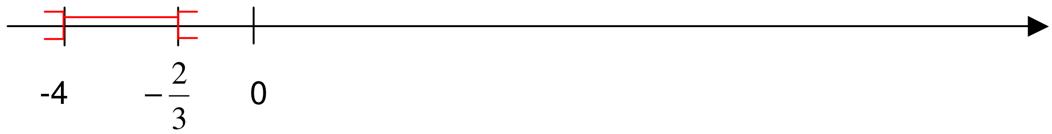
HTW	**Mathematik I Lösungen zu Übung 3**
	MST

$$\mathrm{L} = \left(-4, -\frac{2}{3}\right)$$

<u>Graphisch</u> $rot: |x-1|$ $\quad$ $blau: |2x+3|$



<u>Zahlengerade:</u>



b)

$M_1 \cap M_2 = M_2$, da $M_2 \subseteq M_1$

$M_1 \cup M_2 = M_1$, da $M_2 \subseteq M_1$

$$M_1 \setminus M_2 = (-\infty, -4] \cup \left[-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right) \cup (5, \infty)$$

c) Alle Zahlen aus folgendem Intervall: $\left[\frac{2}{3}, 5\right]$