

Übung 4 (Vektorrechnung 1)

Aufgabe 1)

Seien $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ zwei Vektoren:

- Berechnen Sie $\vec{a} + \vec{b}$, $2\vec{a}$, $\vec{a} - \vec{b}$, und stellen Sie diese Vektoren, sowie die beiden Vektoren \vec{a}, \vec{b} im Koordinatensystem dar!
- Berechnen Sie: $|\vec{a}|$, $|2\vec{b}|$

Aufgabe 2)

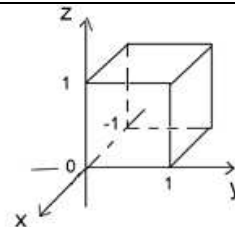
a) Wie lautet der Einheitsvektor, der die zum Vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ entgegengesetzte Richtung

hat ?

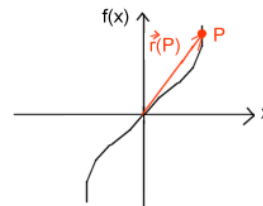
b) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes Q, der vom Punkt P=(3;1;-5) in Richtung des Vektors \vec{a} 20 Längeneinheiten entfernt ist!

Aufgabe 3)

a) Geben Sie alle Ortsvektoren an, die zu den Eckpunkten des folgenden Einheitswürfels zeigen!



b) Stellen Sie die Punkte, die auf der Kurve $y = f(x) = 2x^3$ liegen durch Ihre Ortsvektoren dar!



c) Stellen Sie alle Punkte, die auf dem Kreis mit dem Radius 2 und dem Mittelpunkt (3,4) liegen, durch ihre Ortsvektoren dar!

Aufgabe 4)

a) Beweisen Sie folgende Behauptung: $(\lambda\vec{a} + \mu\vec{b}, \vec{c}) = \lambda(\vec{a}, \vec{c}) + \mu(\vec{b}, \vec{c})$

b) Seien \vec{a} und \vec{b} zwei Vektoren, die senkrecht aufeinander stehen und die Länge 1 besitzen. Berechnen Sie das folgende Skalarprodukt: $(\vec{a} + 2\vec{b}, 3\vec{a} - \vec{b})$!

c) Seien $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -8 \end{pmatrix}$ 3 Vektoren. Berechnen Sie $(\vec{a} + 2\vec{b}, \vec{a} - 3\vec{c})$!

Aufgabe 5)

Sei $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$. Welchen Winkel schließt \vec{a} mit der x-Achse ein?

Aufgabe 6)

Zeigen Sie, dass die folgenden 3 Vektoren ein rechtwinkliges Dreieck bilden und berechnen

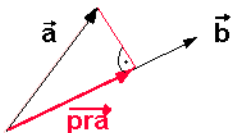
Sie alle Winkel und Seitenlängen! $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 7)

Seien $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}$. Geben Sie einen Vektor an, der senkrecht auf \vec{a} steht, mit \vec{b} einen Winkel von 30° einschließt und die Länge 2 hat !

Aufgabe 8)

a) \vec{pra} bezeichnet man als Projektion des Vektors \vec{a} auf den Vektor \vec{b} .



Leiten Sie eine Formel für \vec{pra} her, die von \vec{a} und \vec{b} abhängt!

b) Berechnen Sie die Projektion des Vektors

$\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ auf den Vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Zeichnen Sie die 2 Vektoren in ein Koordinatensystem

und veranschaulichen Sie sich die Projektion.