

HTW	Mathematik I Lösungen zur Übung 1
	MST

Zu Aufgabe 1

- a) $\forall x \in G: g(x) \Rightarrow (i(x) \wedge e(x))$
- b) $(\exists x \in G: g(x) \wedge i(x)) \wedge (\exists x \in G: g(x) \wedge m(x))$
- c) $(\forall \exists x \in G: \neg g(x) \vee \neg i(x)) \vee (\forall x \in G: \neg g(x) \vee \neg m(x))$
- d) $\forall x \in G: g(x) \Rightarrow e(x)$

Zu Aufgabe 2

Sei N Menge der nat. Zahlen, P Menge der Primzahlen, R Menge der reellen Zahlen

- a) $\forall n \in N \exists p \in N: p > n \text{ und } p = 0 \pmod 3$
 - b) $\forall r \in R: r^2 \geq 0$
 - c) $\exists q \in R: q^2 < 0$
 - d) $\forall m \in N: m^2 \text{ gerade} \Rightarrow m \text{ gerade}$
 - e) $\forall m \in N: m \text{ ungerade} \Rightarrow m^2 \text{ ungerade}$
 - f) $\neg(\forall m \in N: m^2 \text{ gerade} \Rightarrow m \text{ gerade})$
 $\Leftrightarrow \neg(\forall m \in N: m \text{ gerade} \vee \neg m^2 \text{ gerade})$
 $\Leftrightarrow \exists m \in N: \neg(m \text{ gerade} \vee \neg m^2 \text{ gerade})$
 $\Leftrightarrow \exists m \in N: (\neg m \text{ gerade} \wedge m^2 \text{ gerade})$
 $\Leftrightarrow \exists m \in N: (m \text{ ungerade} \wedge m^2 \text{ gerade})$
 - g) $\forall x \in R, \forall y \in R(\text{ wenn } x < y \text{ so } \exists z \in R \text{ mit } x < z < y)$
 - h) $\neg(\forall x \in R, \forall y \in R(\text{ wenn } x < y \text{ so } \exists z \in R \text{ mit } x < z < y))$
 $\Leftrightarrow \exists x \in R \neg(\forall y \in R(\text{ wenn } x < y \text{ so } \exists z \in R \text{ mit } x < z < y))$
 $\Leftrightarrow \exists x \in R \exists y \in R \neg(\text{ wenn } x < y \text{ so } \exists z \in R \text{ mit } x < z < y)$
 $\Leftrightarrow \exists x \in R \exists y \in R \neg(\neg(x < y) \vee (\exists z \in R \text{ mit } x < z < y))$
 $\Leftrightarrow \exists x \in R \exists y \in R(x < y \wedge \forall z \in R: \neg(x < z < y))$ (de Morgan'sche Regeln)
-
- i) $\exists n \in N: (n \equiv 0 \pmod 2 \wedge n = 0 \pmod 3)$
 - j) $\forall x \in R^+ \exists y \in R^+: y < x$ (R^+ =Menge der positiven reellen Zahlen).

Zu Aufgabe 3 a)

$$(a \Rightarrow b) \Leftrightarrow (\neg a \vee b)$$

Vergleiche die Wahrheitstafeln:

a	b	$\neg a \vee b$	a	b	$a \Rightarrow b$
W	W	W	W	W	W
F	W	W	F	W	W
W	F	F	W	F	F
F	F	W	F	F	W

HTW	Mathematik I Lösungen zur Übung 1
	MST

Für die vier verschiedenen Bewertungsmöglichkeiten von a und b stimmen die Wahrheitswerte beider Ausdrücke überein. Also sind die beiden Aussagen äquivalent.

Zu Aufgabe 3 b)

$$(a \Rightarrow b) \Leftrightarrow (\neg b \Rightarrow \neg a)$$

Vergleiche die Wahrheitstafeln:

a	b	$a \Rightarrow b$
W	W	W
F	W	W
W	F	F
F	F	W

a	b	$\neg b \Rightarrow \neg a$
W	W	W
F	W	W
W	F	F
F	F	W

Für die vier verschiedenen Bewertungsmöglichkeiten von a und b stimmen die Wahrheitswerte beider Ausdrücke überein. Also sind die beiden Aussagen äquivalent.

Zu Aufgabe 3 c)

$$\neg(a \vee b) \Leftrightarrow (\neg a \wedge \neg b)$$

Vergleiche die Wahrheitstafeln:

a	b	$\neg(a \vee b)$
W	W	F
F	W	F
W	F	F
F	F	W

a	b	$\neg a \wedge \neg b$
W	W	F
F	W	F
W	F	F
F	F	W

HTW	Mathematik I	Lösungen zur Übung 1
	MST	

Zu Aufgabe 4

Wir stellen die Wahrheitstabelle von auf: $(a \vee b) \vee (a \Rightarrow \neg b)$

a	b	$a \vee b$	$a \Rightarrow \neg b$	$(a \vee b) \vee (a \Rightarrow \neg b)$
W	W	W	F	W
W	F	W	W	W
F	W	W	W	W
F	F	F	W	W

Der Ausdruck $(a \vee b) \vee (a \Rightarrow \neg b)$ ist also immer Wahr. Wir bezeichnen solche Ausdrücke, die immer Wahr sind als ‚Tautologie‘.

Zu Aufgabe 5

Die Schaltung ist folgendermaßen beschreibbar:

$$(p \vee q) \wedge (p \vee q \vee (r \wedge q)) \quad (1.1)$$

da $q \vee (r \wedge q) = (q \vee r) \wedge (q \vee q) = q$ ist (siehe Vorlesung), gilt für (1.1) wegen der Assoziativität:

$$(p \vee q) \wedge (p \vee (q \vee (r \wedge q))) = (p \vee q) \wedge (p \vee q) = p \vee q$$