

MST	MATHEMATIK I	Übung2
	Prof.Dr. B.Grabowski	
	e-mail: grabowski@htw-saarland.de	

Beweisprinzipien und Mengenlehre

Aufgabe 1

Beweisen Sie folgende Behauptungen mit Hilfe eines geeigneten Beweisprinzips!

- a) Vor.: Sei m eine natürliche Zahl. Beh.: Wenn m ungerade, so ist auch m^2 ungerade.
 b) Vor.: Sei m eine natürliche Zahl. Beh.: Wenn m^2 ungerade, so ist auch m ungerade.
 c) Vor: $a > b$, $a, b \in \mathbb{N}$

Beh: $\frac{a-b}{a+b}$ ist unkürzbar $\Rightarrow \frac{a}{b}$ ist unkürzbar

d) Beh: $\forall n \in \mathbb{N}: \frac{n^2+1}{n+1} \geq 1$

e) Beh.: $\forall n \in \mathbb{N}: \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Aufgabe 2

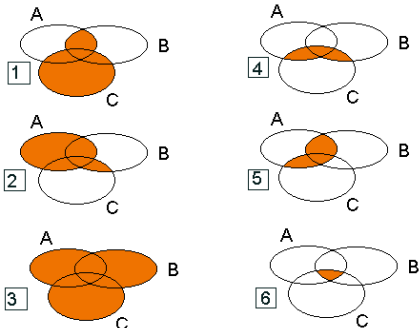
Veranschaulichen Sie grafisch folgende Gleichheit im Venn-Diagramm:

a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ b) $A \setminus (A \setminus B) = (A \cap B)$

Aufgabe 3

Ordnen Sie richtig zu! (a)-f) zu 1 – 6)

- a) $A \cap (B \cap C)$ b) $A \cap (B \cup C)$ c) $A \cup (B \cap C)$ d) $A \cup (B \cup C)$ e) $(A \cap B) \cup C$ f) $(A \cup B) \cap C$



Aufgabe 4

Gegeben seien die Mengen $A = \{2,4,8,16,32\}$; $B = \{7, 21, 14, 28, 35\}$; $C = \{18, 21, 24\}$,
 $D = \{9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$.

- a) Geben Sie alle Elemente der folgenden Mengen an: $B \cup C$, $B \cup \overline{C_D}$, $B \setminus C$,
 $A \times B$, $B \times A$, $A \cap D$, $B \cap C$
 b) Berechnen Sie die Potenzmenge von C !
 c) Wie groß ist $|D|$?

Aufgabe 5

Gegeben seien die Mengen $A \cap B = \{2,4,6\}$, $B \cap C = \{2,5\}$, $A \setminus B = \{1,2,4\}$.
 Berechnen Sie die Mengen

- a) \overline{A} b) $(A \cup C) \cap B$

Aufgabe 6

Sei \mathbb{N} die Menge der natürlichen Zahlen (ohne 0). Geben Sie

- a) E = Menge aller durch 3 teilbaren natürlichen Zahlen,
 - b) Q = Menge der rationalen Zahlen
- durch eine definierende Eigenschaft an!

Aufgabe 7

- a) Skizzieren Sie die Menge $M = [0,1]^3$ im kartesischen Koordinatensystem !
- b) Geben Sie folgende Menge als Intervall an: $((1,3] \cap (2,5]) \cup [1,4) \setminus \{1\}$

Aufgabe 8

Stellen Sie die Menge der durch 3 teilbaren ganzen Zahlen durch eine definierende Eigenschaft dar! Wie viele Elemente hat diese Menge, $=|\mathbb{N}|$, $<|\mathbb{N}|$ oder $>|\mathbb{N}|$? (Begründung angeben!).