

Determinanten

Aufgabe 1

Berechnen Sie folgende Determinanten:

$$\text{a) } A = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{b) } B = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die folgenden Determinanten und interpretieren Sie Ihr Ergebnis!

$$\text{a) } \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{vmatrix} \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix} \quad \text{c) } A = \begin{vmatrix} a_{11} & \lambda a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & \lambda a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & \lambda a_{31} & a_{33} \end{vmatrix}$$

(d.h.2. Spalten von A sind parallel)

Lösung von Gleichungssystemen

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden GS mittels Cramerscher Regel! Machen Sie jeweils die Probe!

(Die *Cramersche Regel* besagt, dass die Lösung $x_i = \frac{D_i}{\det(A)}$ ist, wobei D_i die Determinante der Matrix ist, die entsteht, wenn man in der Koeffizientenmatrix A die i.te Spalte durch die rechte Seite des GS ersetzt).

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 = 1 \\ 4x_1 - 2x_2 = 2 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 4 \\ 2x_1 + x_2 = 3 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \end{cases} \end{array}$$

Machen Sie jeweils die Probe!

Aufgabe 4

Durch folgende 4 Messpunkte (x_i, y_i) , $i=1, \dots, 4$ geht genau ein Polynom 3. Grades

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d.$$

| | | | | |
|-------|----|---|---|---|
| x_i | -1 | 0 | 1 | 2 |
| y_i | 0 | 1 | 0 | 1 |

Bestimmen Sie die Koeffizienten a-d dieses Polynoms, indem Sie zunächst ein Gleichungssystem aufstellen und dieses dann mittels Cramerscher Regel lösen!