

<h1>MST</h1>	<h2>MATHEMATIK I</h2>	<h2>Übung2</h2>
	Prof.Dr. B.Grabowski	
	e-mail: grabowski@htw-saarland.de	

Beweisprinzipien und Mengenlehre

Beweisprinzipien

Aufgabe 1

Beweisen Sie folgende Behauptungen mit Hilfe eines geeigneten Beweisprinzips!

- a) Vor.: Sei m eine natürliche Zahl
Beh.: Wenn m ungerade, so ist auch m^2 ungerade
- b) Vor.: Sei m eine natürliche Zahl.
Beh.: Wenn m durch 3 teilbar, so ist auch m^2 durch 3 teilbar.
- c) Vor.: Sei m eine natürliche Zahl.
Beh.: Wenn m^2 durch 3 teilbar, so ist auch m durch 3 teilbar.
- d) Vor: $a > b, a, b \in \mathbb{N}$
Beh: $\frac{a \cdot b}{a + b}$ ist unkürzbar $\Rightarrow \frac{a}{b}$ ist unkürzbar
- e) Beh: $\forall n \in \mathbb{N}: \frac{n^2 + 1}{n + 1} \geq 1$
- f) Beh.: $\forall n \in \mathbb{N}: \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
- g) Beh.: $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 7: 3^n \leq n!$

Mengenlehre

Aufgabe 2

Sei \mathbb{N} die Menge der natürlichen Zahlen (ohne 0). Geben Sie

- a) E = Menge aller durch 3 teilbaren natürlichen Zahlen,
b) Q = Menge der rationalen Zahlen
durch eine definierende Eigenschaft an!

Aufgabe 3

Gegeben seien die Mengen $A = \{2, 4, 8, 16, 32\}$; $B = \{7, 21, 14, 28, 35\}$; $C = \{18, 21, 24\}$,
 $D = \{9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$.

- a) Geben Sie alle Elemente der folgenden Mengen an:
 $B \cup C, B \cup \overline{C_D}, B \setminus C, A \cup D, B \cup C$
- b) Berechnen Sie die Potenzmenge von C !
- c) Wie groß ist $|D|$?

Aufgabe 4

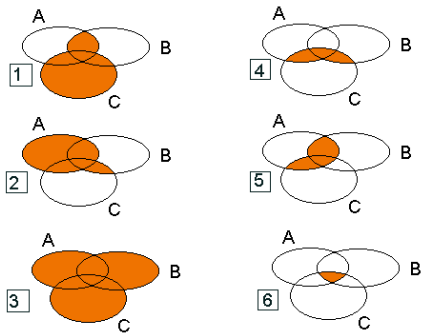
Veranschaulichen Sie grafisch folgende Gleichheit im Venn-Diagramm:

a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ b) $A \setminus (A \setminus B) = (A \cup B)$

Aufgabe 5

Ordnen Sie richtig zu! (a)-f) zu 1 – 6)

a) $A \cap (B \cap C)$ b) $A \cap (B \cup C)$ c) $A \cup (B \cap C)$ d) $A \cup (B \cup C)$ e) $(A \cap B) \cup C$ f) $(A \cup B) \cap C$



Aufgabe 6

Gegeben seien die Mengen $A \cap B = \{2,4,6\}$, $B \cap C = \{2,5\}$, $A \setminus B = \{1,2,4\}$.

Berechnen Sie die Mengen

a) \bar{A} b) $(A \cup C) \cap B$

Aufgabe 7

- a) Skizzieren Sie die Menge $M = [0,1]^3$ im kartesischen Koordinatensystem !
- b) Geben Sie folgende Menge als Intervall an: $((1,3] \cap (2,5]) \cup [1,4) \setminus \{1\}$
- c) Berechnen Sie $A \times B$ und $B \times A$ für die Mengen $A = \{2,4,8,16,32\}$ und $B = \{7, 21, 14, 28, 35\}$!

Aufgabe 8

Stellen Sie die Menge der durch 3 teilbaren ganzen Zahlen durch eine definierende Eigenschaft dar! Wie viele Elemente hat diese Menge, $=|N|$, $<|N|$ oder $>|N|$? (Begründung angeben!).