MST	**Mathematik I**	**Übung 5**
	Prof.Dr. B.Grabowski	
	E-Post: grabowski@htw-saarland.de	
	Tel.: 5867-282	

Vektorrechnung im 3-dimensionalen reellen Raum

Aufgabe 1)

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks, das durch die Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

aufgespannt wird!

Aufgabe 2)
Berechnen Sie das Volumen des durch folgende 3 Vektoren aufgespannten Spats !

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -8 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3)

Seien $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 11 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

a) Geben Sie einen Vektor an, der senkrecht auf $\vec{a}$ und $\vec{b}$ steht!

b) Sei $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda \\ 4 \end{pmatrix}$ ein dritter Vektor. Wie muss λ gewählt werden, damit $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ komplanar sind?

c) Geben Sie einen weiteren Vektor $\vec{d}$ an, der zu $\vec{a}$ und $\vec{b}$ komplanar, aber nicht parallel zu $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ ist!

Aufgabe 4)

Seien $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 3 Vektoren mit folgenden Eigenschaften: 1. $\vec{a} \parallel (\vec{b} \otimes \vec{c})$ und 2. die Länge von $\vec{a}$ ist 10 und 3. $\vec{b}$ steht senkrecht auf $\vec{c}$. Untersuchen Sie, ob die Vektoren $\vec{a} + 2\vec{b}$ und $\vec{a} - 3\vec{c}$ senkrecht aufeinander stehen oder nicht!

Aufgabe 5)
Geben Sie 3 Vektoren an, die ein rechtwinkliges Dreieck mit dem Flächeninhalt 10 bilden!
(Mit Begründung!)

Geometrie von Geraden

Aufgabe 6

a) Gegeben sei eine Gerade im R^2: g={P| P=$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix}, \lambda \in R\}$.

Geben Sie die Gerade in Normalform (y=ax+b, x∈R) an!

b) Geben Sie die Gerade y = -4x+2, x∈R, in Punkt-Richtungsform an!

Aufgabe 7

Liegt der Punkt Q = (-1,3,2) auf der Geraden g={P| P=$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}, \lambda \in R\}$?

Aufgabe 8

Gegeben sei die Gerade g1 ={P| P=$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \lambda \in R\}$.

Geben Sie eine Gerade g2 an, die

a) parallel zu g1 aber nicht = g1 ist!
b) parallel zu g1 im Abstand 3 verläuft!
c) senkrecht zu g1 ist!
d) g1 schneidet, aber nicht senkrecht zu g1 ist!
e) windschief zu g1 im Abstand 6 verläuft!

Aufgabe 9

Gegeben seien die Geraden g1 und g2 mit den Aufpunkten P1 bzw.P2 und Richtungsvektoren $\vec{a}_1, \vec{a}_2$.
Beschreiben Sie die jeweilige Lage der Geraden zueinander durch Kriterien an die Aufpunkte und Richtungsvektoren, d.h., füllen Sie die leeren Felder folgender Tabelle aus!

Kriterium	Lage
$\vec{a}_1 \otimes \vec{a}_2 = \vec{0} \wedge \overrightarrow{P_1P_2} \otimes \vec{a}_1 = \vec{0}$	
	g1 und g2 sind parallel, aber nicht identisch
	g1 und g2 schneiden sich
$\vec{a}_1 \otimes \vec{a}_2 \neq \vec{0} \wedge [\overrightarrow{P_1P_2}, \vec{a}_1, \vec{a}_2] \neq 0$	

Aufgabe 10

Gegeben seien drei Geraden:

g1={P| P=$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}, \lambda \in R\}$, g2={P| P=$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda \in R\}$,

g3={P| P=$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}, \lambda \in R\}$.

Bestimmen Sie die Lage der drei Geraden zueinander! g1? g2, g1?g3 , g2?g3.