

Matrizenoperationen**Aufgabe 1**

Bestimmen Sie die Transponierten folgender Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 3 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = (1 \quad 4 \quad 1) \quad C = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Welche dieser Matrizen sind symmetrisch?

Aufgabe 2

Berechnen Sie die Lösung des folgenden Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 2 \\ -4x + 2y &= 1 \end{aligned}$$

- a) Durch das Einsetzverfahren
b) Durch Verwendung von Determinanten (Cramersche Regel)

Machen Sie jeweils die Probe!

Aufgabe 3

Gegeben seien folgende Messdatenpaare: (2,3) und (5,1).

Geben Sie die Gerade $y=ax+b$ an, die durch die beiden Punkte verläuft, indem Sie

- a) ein Gleichungssystem aufstellen, welches die beiden Parameter a und b der Geraden erfüllen müssen!
b) dieses Gleichungssysteme durch die Cramersche Regel lösen!

Aufgabe 4

Berechnen Sie die Lösung z des folgenden Gleichungssystems mittels Cramerscher Regel:

$$\begin{aligned} 2x + 3y - z &= 2 \\ -4x + 2y + 2z &= 1 \\ x - y - 2z &= -1 \end{aligned}$$

Aufgabe 5

Durch folgende 3 Messpunkte (x_i, y_i) , $i=1, \dots, 4$ geht genau ein Polynom 2. Grades

$$y = ax^2 + bx + c.$$

X_i	-1	0	2
Y_i	0	1	1

Bestimmen Sie die Koeffizienten $a-c$ dieses Polynoms, indem Sie zunächst ein Gleichungssystem aufstellen und dieses dann mittels der Cramerschen Regel lösen!

Aufgabe 6

Man addiert und subtrahiert Matrizen **vom gleichen Typ** elementweise.

Auch die Multiplikation einer Matrix mit einer reellen Zahl wird elementweise durchgeführt, d.h. es ist

$$\lambda \left((a_{ij})_{i=1, \dots, m}^{j=1, \dots, n} \right) + \mu \left((b_{ij})_{i=1, \dots, m}^{j=1, \dots, n} \right) = \left((\lambda a_{ij} + \mu b_{ij})_{i=1, \dots, m}^{j=1, \dots, n} \right)$$

Seien $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die Matrix $C = (2A - 3B)^T$

Aufgabe 7

Man multipliziert 2 Matrizen A und B miteinander, indem man das Skalarprodukt jeder Zeile von A mit jeder Spalte von B bildet:

$$\text{Sei } A = \begin{pmatrix} \vec{a}_1^T \\ \vdots \\ \vec{a}_m^T \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \vec{b}_1 & \cdots & \vec{b}_n \end{pmatrix}.$$

$$\text{Dann ist } A * B = \begin{pmatrix} \vec{a}_1^T \\ \vdots \\ \vec{a}_m^T \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \vec{b}_1 & \cdots & \vec{b}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{1m} & \cdots & c_{mn} \end{pmatrix} \quad \text{mit } c_{ij} = \vec{a}_i^T \cdot \vec{b}_j \quad \text{für alle } i=1, \dots, m$$

und $j=1, \dots, n$.

Multiplizieren Sie jeweils die Matrizen A und B miteinander, d.h. berechnen Sie $A*B$ und $B*A$! Begründen Sie ggf., warum die Matrizenmultiplikation nicht möglich ist!

a) $A = \begin{pmatrix} 43 \\ 11 \\ 23 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

c) $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

d) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

e) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 8

- a) Seien $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die Matrix $C = A^T \cdot B$ und $D = B^T A$.

Wie hängen C und D miteinander zusammen?

- b) Berechnen Sie die Matrix $F = (2A - 3B)^T B$