Aufgabe 1: Ungleichungen

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung $|x-2| < \sqrt{x}$ für $x \geq 0$:

- $(-\infty, 1)$ ○
- $(-\infty, 4)$ ○
- $(1, 4)$ ○
- $(4, \infty)$ ○
- $(1, \infty)$ ○
- andere ○

Lösung: (1,4)

Aufgabe 2: Mengenlehre

Seien A,B,C Teilmengen der Grundmenge $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A \cap B = \{3\}$, $A/B = \{1, 2, 7\}$, $A \cap C = \{2,7\}$ und $C=\{2, 6, 7, 8\}$. Geben Sie die Menge $(B \cup C) \cap A$ an!

- $\{1, 4, 5, 7, 8\}$ ○
- $\{1, 2, 7\}$ ○
- $\{2, 3, 7\}$ ○
- $\{2, 3, 5, 6, 7, 8\}$ ○
- $\{2, 3, 5, 7\}$ ○
- andere ○

Lösung: {2,3,7}

Aufgabe 3: Vektorrechnung

Der Vektor $\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ z \end{pmatrix}$ hat die Länge 9. Berechnen Sie die z-Komponente für $z > 0$!

- 9
- 8
- 7
- 6
- 5
- andere

Z = 8

Aufgabe 4: Vektorrechnung

Wie groß ist der Flächeninhalt des durch die 3 Punkte $P_1 = (1, 0, 1)$, $P_2 = (2, 2, 2)$ und $P_3 = (1, -1, -2)$ gebildeten Dreiecks?

- 9
- $\frac{\sqrt{8}}{2}$
- 7
- $\frac{\sqrt{35}}{2}$
- $\frac{5}{2}$
- $\sqrt{70}$

Lösung: $\sqrt{35}/2$

Aufgabe 5: Vektorrechnung

Seien $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 3 Vektoren mit folgenden Eigenschaften:

1. $\vec{a} \parallel \left(\vec{b} \times \vec{c}\right)$, 2. $|\vec{a}| = 10$, 3. $|\vec{b}| = 10$.

Welchen Winkel schließen die Vektoren $\vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b}$ und $\vec{a}$ ein?

- 0 Grad ○
- $\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$ ○
- 30 Grad ○
- $\cos^{-1}(0)$ ○
- 60 Grad ○
- andere ○

Lösung: $\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$

Aufgabe 6: Vektorrechnung.

Seien $\vec{a} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ \lambda \\ 2 \end{pmatrix}$.

Wie muss λ gewählt werden, damit $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ komplanar sind (= in einer Ebene liegen)?

- $\lambda = -4$ ○
- $\lambda = 1$ ○
- $\lambda = 2$ ○
- $\lambda = 3$ ○
- $\lambda = -1$ ○
- andere ○

Lösung: $\lambda = -4$

Aufgabe 7: Geometrie von Geraden und Ebenen

Seien $E_1 = \left\{ P \in R^3 \,|\, P = P_o + \lambda\vec{a} + \mu\vec{b},\ \lambda, \mu \in R \right\}$ und

$E_2 = \left\{ P \in R^3 \,|\, \left(\overrightarrow{P_1P}, \vec{n}\right) = 0 \right\}$ zwei Ebenen mit den Aufpunkten P_o und

P_1. Es gilt: $\left(\overrightarrow{P_oP_1}, \vec{n}\right) \neq 0$ und $\vec{n} \times \vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$

Welche Lage haben die Ebenen zueinander?

- windschief ○
- schneiden sich, stehen aber nicht senkrecht aufeinander ○
- stehen senkrecht aufeinander ○
- parallel ○
- identisch ○
- andere ○

Lösung: Parallel

Aufgabe 8: Geometrie von Geraden und Ebenen

Gegeben seien die Geraden g_1 und g_2 mit den Aufpunkten P_1 und P_2 und den Richtungsvektoren $\overrightarrow{a_1}$ und $\overrightarrow{a_2}$.

Es gilt: $\overrightarrow{a_1} \times \overrightarrow{a_2} = \vec{0}$ und $\overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{a_1} \neq \vec{0}$.

Welche Lage haben die Geraden zueinander?

- identisch ○
- senkrecht aufeinander ○
- parallel ○
- schneiden sich ○
- windschief ○
- andere ○

Lösung: parallel

Aufgabe 9: Matrizen

Wie lautet die Inverse der Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$?

Geben Sie Ihr Ergebnis hier an!

$A^{-1} =$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} / -11$$

Aufgabe 10: Gleichungssysteme

Welche Parabel $y = ax^2 + bx + c$ verläuft durch die Messpunkte

P1 = (1,1), P2 = (0,0), P3 = (-1,3) ?

Geben Sie die Gleichung der Parabel hier an!

y=

Lösung: $y = 2x^2 - x$