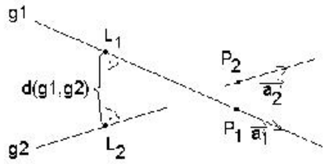
HTW	**Übung 6 MST** Geometrie von Ebenen	**Mathematik I** Prof. Dr.B.Grabowski

Aufgabe 1 (Freiwillige Zusatzaufgabe)
Seien $g_1 = \{P \mid P = P_1 + {}^{a}\vec{a}_1, {}^{a} \in R\}$ und $g_2 = \{P \mid P = P_2 + {}^{a}\vec{a}_2, {}^{a} \in R\}$ zwei windschiefe Geraden.

a) Entwickeln Sie eine Formel für den Abstand d(g1,g2) zweier windschiefer Geraden
$g_1 = \{P \mid P = P_1 + {}^{a}\vec{a}_1, {}^{a} \in R\}$ und $g_2 = \{P \mid P = P_2 + {}^{a}\vec{a}_2, {}^{a} \in R\}$!
und geben Sie an, wie sie die beiden Lotpunkte L1 und L2 (siehe Skizze) berechnen!



b) Zeigen Sie, dass für den Abstand d(g1,g2)= $|\overrightarrow{L_1L_2}|$ zweier windschiefer Geraden gilt:

$$d(g1, g2) = \left|\frac{[\overrightarrow{P_1P_2}, \vec{a}_1, \vec{a}_2]}{|\vec{a}_1 \otimes \vec{a}_2|}\right|$$

Geometrie von Ebenen

Aufgabe 2 Lösen Sie folgende Aufgaben in MathCoach:

http://mathcoach.htw-saarland.de/moodle/course/view.php?id=50
Kapitel 3 (Geometrie von geraden und Ebenen)

(Bei login-Aufforderung: „Als Gast anmelden anklicken)

Aufgabe 3
Durch die Gleichung $x + 2y + 2z = 6$ sei eine Ebene im R^3 gegeben.

a) Geben Sie einen Vektor an, der senkrecht auf der Ebene steht!
b) Geben Sie einen Vektor an, der parallel zur Ebene verläuft!
c) Geben Sie die Ebene in parametrischer Form an!

Aufgabe 4

Eine Ebene E sei durch den Aufpunkt $P_E = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und den Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ gegeben.

a) Geben Sie die Ebene in nichtparametrischer und in Parameterform an!
b) Skizzieren Sie die Lage der Ebene im kartesischen Koordinatensystem!

Aufgabe 5
Gegeben seien die Ebenen E1 , E2 mit den Aufpunkten Q1 bzw. Q2 und den Normalenvektoren $\vec{n}_1, \vec{n}_2$. Beschreiben Sie die jeweilige Lage der Ebenen zueinander, d.h., füllen Sie die rechte Seite folgender Tabelle aus!

Lage	Kriterium
E1 schneidet E2	
E1 ist parallel zu E2	
E1 ist identis ch zu E2	

Aufgabe 6

Durch die Gleichung x + 2 y + 2z = 6 sei eine Ebene É1 im R^3 gegeben.

Eine Ebene E2 sei durch den Aufpunkt $P_E = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und den Normalenvektor $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ gegeben.

Welche Lage haben die beiden Ebenen zueinander?

Aufgabe 7

Seien $E1 = \{P \in R^3 \mid P = P_1 + ª\vec{a} + «\vec{b}, \quad ª, « \in R\}$ und $E2 = \{P \in R^3 \mid (\overrightarrow{P_2P}, \vec{n}) = 0\}$
zwei Ebenen mit den Aufpunkten P_1 und P_2.

Es gilt $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{n}] = 0$ und $(\overrightarrow{P_1P_2}, \vec{n}) = 0$.
Welche Lage haben die Ebenen zueinander?
a) windschief b) schneiden sich, setehen aber nicht senkrecht aufeinander
c) stehen senkrecht aufeinander d) parallel e) identisch f) andere Lage

Aufgabe 8

Geben Sie unter Verwendung von $\vec{a}, \vec{b}, P_g, P_E$ und ã Kriterien an, die die Lage einer Geraden g und einer Ebene E zueinander beschreiben Dabei sind

$$g = \{P \mid P = P_g + ª\vec{a}, ª \in R\} \quad \text{und} \quad E = \{P \mid P = P_E + \sim\vec{a} + \ \vec{b}, \quad \sim, \quad \in R\}.$$

a) Wann ist g || E ?
b) Wann ist $g \subseteq E$?
c) Wann schneidet die Gerade g die Ebene E ?

Aufgabe 9

Gegeben seinen die Geraden g1 und g2 mit den Aufpunkten P1 bzw.P2 und Richtungsvektoren $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ und die Ebenen E1 , E2 mit den Aufpunkten Q1 bzw. Q2 und den Normalenvektoren $\vec{n}_1, \vec{n}_2$. Beschreiben Sie die jeweilige Lage der Geraden und Ebenen zueinander, d.h., füllen Sie die rechte Seite folgender Tabelle aus!

Kriterium	Lage
$\vec{a}_1 \otimes \vec{a}_2 = \vec{0} \wedge \overrightarrow{P_1P_2} \otimes \vec{a}_1 = \vec{0}$	
$(\vec{a}_1, \vec{n}) \neq 0$	
$\vec{n}_1 \otimes \vec{n}_2 = \vec{0} \wedge (\overrightarrow{Q_1Q_2}, \vec{n}_1) = 0$	