

Rangbestimmung

Aufgabe 1 Erklären Sie in Worten, was man unter dem Rang einer Matrix versteht!

Aufgabe 2

Geben Sie den Rang der folgenden Matrizen A – E durch „Draufschaun“ an !

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie den Rang folgender Matrizen durch den Gausschen Algorithmus (GA)!

Hinweis: Sie können die 3 Operationen des GA, die den Rang nicht verändern auch in einer beliebigen Reihenfolge anwenden!

$$a) A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 3 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad b) B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & 7 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 3 & 2 \\ 7 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

Untersuchen Sie mittels Rangbestimmung, ob folgende 4 Vektoren linear unabhängig sind!

$$\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \vec{a}_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 5

Welche Dimension besitzt der folgende Vektorraum?

$$V = \left\{ \vec{v} \mid \vec{v} = \lambda_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda_3 \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda_4 \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_4 \in \mathbb{R} \right\}$$

Begründen Sie Ihre Antwort!

Aufgabe 6

- a) Ermitteln Sie mittels GA die Inverse
- A^{-1}
- der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- b) Machen Sie die Probe. D.h. untersuchen Sie, ob
- $(A^{-1}) \cdot A = E_{(4)}$
- ist!