MST	Lösungen zu Übung 8, MST Mathematik I Matrizen, Rang Prof. Dr.B.Grabowski

Matrizenoperationen

Zu Aufgabe 1:
Bestimmen Sie die Transponierten folgender Matrizen:

$$A=\begin{pmatrix}2&4&7\\3&2&9\\1&2&3\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}1&4&1\end{pmatrix}\qquad C=\begin{pmatrix}8\\4\\5\\1\end{pmatrix}\qquad D=\begin{pmatrix}1&7&4&2\\0&2&2&1\\0&0&4&3\\0&0&0&1\end{pmatrix}\qquad E=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$$

Welche dieser Matrizen sind symmetrisch?

Lösung:

$$A^T=\begin{pmatrix}2&3&1\\4&2&2\\7&9&3\end{pmatrix},$$

$$B^T=\begin{pmatrix}1\\4\\1\end{pmatrix},\qquad C^T=\begin{pmatrix}8&4&5&1\end{pmatrix},\qquad D^T=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\7&2&0&0\\4&2&4&0\\2&1&3&1\end{pmatrix},\qquad E^T=\begin{pmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}$$

Nur E ist symmetrisch.

Zu Aufgabe 2:
Multiplizieren Sie jeweils die Matrizen A und B miteinander, sofern dies möglich ist!
Begründen Sie ggf., warum die Matrizenmultiplikation nicht möglich ist!

a) $A=\begin{pmatrix}43\\11\\23\end{pmatrix} B=\begin{pmatrix}4&2&2\\3&1&1\end{pmatrix}$ b) $A=\begin{pmatrix}2&3&2\\1&2&1\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}0&3&1\\1&4&3\end{pmatrix}$

c) $A=\begin{pmatrix}4\\2\\3\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}1&3&1\end{pmatrix}$ d) $A=\begin{pmatrix}2&1&1\end{pmatrix} B=\begin{pmatrix}4\\1\\3\end{pmatrix}$ e) $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix} B=\begin{pmatrix}4&0&0\\2&3&0\\1&2&1\end{pmatrix}$

Lösung:

Zu c) $A\cdot B=\begin{pmatrix}4\cdot1&4\cdot3&4\cdot1\\2\cdot1&2\cdot3&2\cdot1\\3\cdot1&3\cdot3&3\cdot1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&12&4\\2&6&2\\3&9&3\end{pmatrix}$ und $B\cdot A=13$

Zu a) $A \cdot B = 2 \cdot 4 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 3 = 12$ und B·A = $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} (2 \quad 1 \quad 1) = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 4 \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

Zu b) $A \cdot B = \begin{pmatrix} 1\cdot 4 + 0\cdot 2 + 0\cdot 1 & 1\cdot 0 + 0\cdot 3 + 0\cdot 2 & 1\cdot 0 + 0\cdot 0 + 0\cdot 1 \\ 0\cdot 4 + 1\cdot 2 + 0\cdot 1 & 0\cdot 0 + 1\cdot 3 + 0\cdot 2 & 0\cdot 0 + 1\cdot 0 + 0\cdot 1 \\ 0\cdot 4 + 0\cdot 2 + 1\cdot 1 & 0\cdot 0 + 0\cdot 3 + 1\cdot 2 & 0\cdot 0 + 0\cdot 0 + 1\cdot 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ = B

und analog: B·A=B.

Zu c) Produkt AB ist nicht definiert, da Spaltenanzahl von A $\neq$ Zeilenanzahl von B und das Produkt BA ist nicht definiert, da Spaltenanzahl von B $\neq$ Zeilenanzahl von A ist.

Zu Aufgabe 3:

Seien $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie die Matrix C= $A^T \cdot B$

Lösung:
Es ist:

$A^T = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

und folglich:

C= $A^T \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 10 & 5 \\ 2 & 15 & 9 \\ 1 & 10 & 5 \end{pmatrix}$.

Analog: D (siehe Übung)

Zu Aufgabe 4 :

a) x= 1/16, y= 5/8

b) x = $\frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{1}{16}$, y= $\frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ -4 & 1 \end{vmatrix}}{16} = \frac{10}{16}$

c) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \to A^{-1} = \frac{1}{16}\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A^{-1}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/16 \\ 10/16 \end{pmatrix}$

MST	# Lösungen zu Übung 8, MST Mathematik I Matrizen, Rang Prof. Dr.B.Grabowski

Zu Aufgabe 5:

Gegeben seien folgende Messdatenpaare: (2,3) und (5,1).
Geben Sie die Gerade y=ax+b an, die durch die beiden Punkte verläuft, indem Sie

Zu a) Gleichungssystem (GS):
Es ist y = ax+b , demzufolge erfüllen die beiden Messdatenpaare das GS:

3 = 2a + b
1 = 5a + b

In Matrizenschreibweise lautet das GS: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Zu b) Lösung mittels Cramerscher Regel:

$$a = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{3-1}{2-5} = -\frac{2}{3} \quad \text{und} \quad b = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{2-15}{2-5} = \frac{13}{3}$$

Die Gerade lautet also y = -2/3 x + 13/3.