HTW Übung 10 Mathematik 1 MST

Prof.Dr.B.Grabowski e-mail: grabowski@htw-saarland.de Tel.: 5867-424

Inhomogene Gleichungssysteme, Gausscher Algorithmus

Aufgabe 1

Bestimmen Sie mit Hilfe des Gausschen Algorithmus die jeweilige Lösungsmenge folgender Gleichungssysteme!
Geben Sie im Falle der Lösbarkeit des GS die Lösungsmenge als affinen Raum an und geben Sie die Dimension, die Basis und den Aufpunkt an!

a) $$\begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 & 0 \\ -1 & 8 & 8 & -4 \\ 4 & 2 & -16 & 10 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -13 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

b) $$\begin{aligned} x_1 + x_2 &= x_3 + 2 \\ -2x_1 &= -x_3 - 2 \\ 5x_1 - x_2 + 2x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 &= 5 \end{aligned}$$

c) $$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 2x_3 + 7 \\ 2x_1 &= -3x_2 \\ 2x_1 + x_2 + 8x_3 + 28 &= 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 2

Für welche Werte von t bildet die Lösungsmenge des Gleichungssystems

$$\begin{aligned} 3x_1 + tx_2 - x_3 &= \frac{14}{3} \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 &= 5 \\ 5x_1 + 8x_2 + x_3 &= 4 \end{aligned}$$

eine Gerade? Wie lautet in diesem Fall die Lösung des Gleichungssystems?
Hinweis: Bestimmen Sie mittels GA zunächst die Ränge von A und $(A|\vec{b})$ und untersuchen Sie dann, für welches t die Dimension n – rg(A) des Lösungsraumes gleich 1 ist, also eine Greade vorliegt!

Aufgabe 3

$$\begin{aligned} ax_1 + x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + x_2 + ax_3 &= 1 \end{aligned}$$

Für welche $a \in$ R ist dieses GS

a) eindeutig
b) mehrdeutig
c) nicht lösbar?
d) Geben Sie im Falle der eindeutigen Lösbarkeit die Lösung an!

Hinweis: Bestimmen Sie mittels GA die Ränge von A und $(A|\vec{b})$, schauen Sie sich in Ihrer Mitschrift an, welche Bedingungen rg(A) und rg$(A|\vec{b})$ für die jeweiligen Fälle a)- d) erfüllen müssen und untersuchen Sie dann, für welche a diese Bedingungen erfüllt sind!

HTW Übung 10 Mathematik 1 MST

Prof.Dr.B.Grabowski e-mail: grabowski@htw-saarland.de Tel.: 5867-424

Homogene Gleichungssysteme, Gausscher Algorithmus

Aufgabe 4

Bestimmen Sie mit Hilfe des Gausschen Algorithmus die jeweilige Lösungsmenge folgender Gleichungssysteme!
Geben Sie im Falle der Lösbarkeit des GS die Lösungsmenge als Vektorraum an und geben Sie die Dimension und die Basis an!

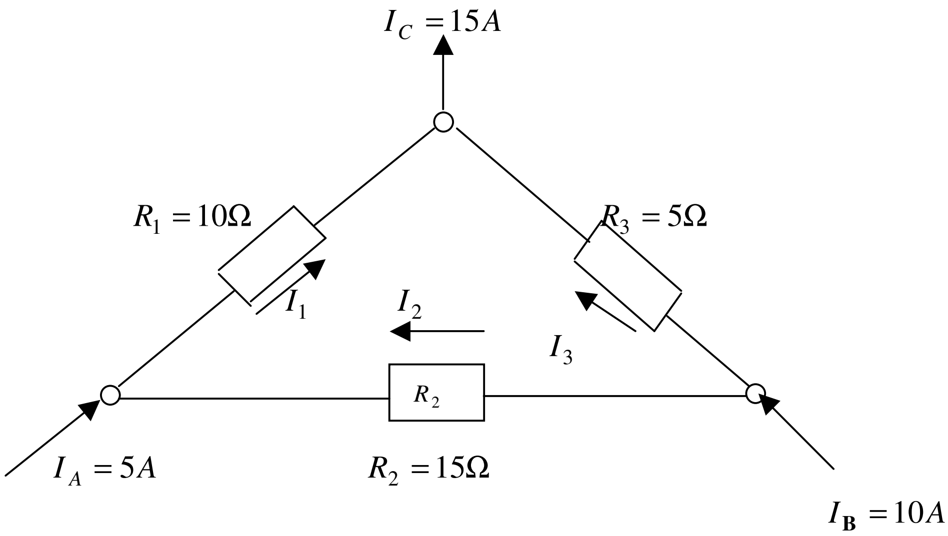
a) $$\begin{aligned} x_1 + x_2 - x_3 &= 0 \\ -2x_1 + x_3 &= 0 \\ 5x_1 - x_2 + 2x_3 &= 0 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 &= 0 \end{aligned}$$

b) $$\begin{aligned} -2x_1 &= -x_2 - x_3 \\ x_1 - 2x_2 &= -x_3 \\ x_1 + x_2 &= 2x_3 \end{aligned}$$

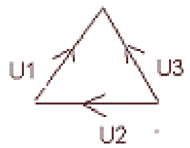
Anwendungen

Aufgabe 5

Berechnen Sie die Teilströme I_1, I_2, I_3 in folgender Masche:



Hinweis:
Verwenden Sie die Kirchhoff'schen Gesetze (Maschenregel und Knotenregel) und stellen Sie zunächst alle in dieser Masche geltenden Gleichungen für I_1, I_2, I_3 auf! Lösen Sie anschließend das GS mit dem Gausschen Algorithmus!
Maschenregel: Die Summe der Spannungen in einer Masche ist gleich 0
(Beachten Sie, dass U=IR ist und beachten Sie die Richtung des Spannungsabfalls!)



Knotenregel: Die Summe der in einen Knoten hineinfließenden Ströme ist gleich der Summe der aus dem Knoten herausfließenden Ströme.

Aufgabe 6

Durch folgende 4 Messpunkte (x_i, y_i) , $i=1,...,4$ geht genau ein Polynom 3. Grades

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \ .$$

xi	-1	0	1	2
yi	0	1	0	1

Bestimmen Sie die Koeffizienten a-d dieses Polynoms, indem Sie zunächst ein Gleichungssystem aufstellen und dieses dann mittels Gausschem Algorithmus lösen!