

<h1>MST</h1>	<h2>MATHEMATIK I</h2>	<h2>Übung2</h2>
	Prof.Dr. B.Grabowski	
	e-mail: grabowski@htw-saarland.de	

### Beweisprinzipien und Mengenlehre

#### Aufgabe 1

Beweisen Sie folgende Behauptungen mit Hilfe eines geeigneten Beweisprinzips!

a) Vor.: Sei  $m$  eine natürliche Zahl.

Beh.: Wenn  $m$  durch 3 teilbar, so ist auch  $m^2$  durch 3 teilbar.

b) Vor.: Sei  $m$  eine natürliche Zahl.

Beh.: Wenn  $m^2$  nicht durch 3 teilbar, so ist auch  $m$  nicht durch 3 teilbar.

c) Vor:  $a > b$ ,  $a, b \in \mathbb{N}$

Beh:  $\frac{a-b}{a+b}$  ist unkürzbar  $\Rightarrow \frac{a}{b}$  ist unkürzbar

d) Beh:  $\forall n \in \mathbb{N}: \frac{n^2+1}{n+1} \geq 1$

e) Beh.:  $\forall n \in \mathbb{N}: \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

f) Beh.:  $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 4: 2^n \leq n!$

#### Aufgabe 2

Sei  $\mathbb{N}$  die Menge der natürlichen Zahlen (ohne 0). Geben Sie

a)  $E$  = Menge aller durch 3 teilbaren natürlichen Zahlen,

b)  $Q$  = Menge der rationalen Zahlen

durch eine definierende Eigenschaft an!

#### Aufgabe 3

Gegeben seien die Mengen  $A = \{2, 4, 8, 16, 32\}$ ;  $B = \{7, 21, 14, 28, 35\}$ ;  $C = \{18, 21, 24\}$ ,  
 $D = \{9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$ .

a) Geben Sie alle Elemente der folgenden Mengen an:

$$B \cup C, B \cup \overline{C_D}, B \setminus C, A \cap D, B \cap C$$

b) Berechnen Sie die Potenzmenge von  $C$ !

c) Wie groß ist  $|D|$ ?

#### Aufgabe 4

Veranschaulichen Sie grafisch folgende Gleichheit im Venn-Diagramm:

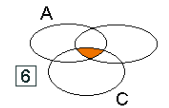
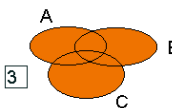
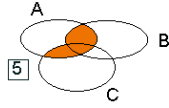
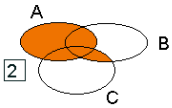
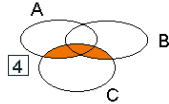
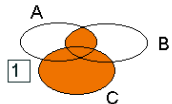
$$a) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \quad b) A \setminus (A \setminus B) = (A \cap B)$$

<h1>MST</h1>	<h2>MATHEMATIK I</h2>	<h2>Übung2</h2>
	Prof.Dr. B.Grabowski	
	e-mail: grabowski@htw-saarland.de	

### Aufgabe 5

Ordnen Sie richtig zu! (a)-f) zu 1 – 6)

- a)  $A \cap (B \cap C)$    b)  $A \cap (B \cup C)$    c)  $A \cup (B \cap C)$    d)  $A \cup (B \cup C)$    e)  $(A \cap B) \cup C$    f)  $(A \cup B) \cap C$



### Aufgabe 6

Gegeben seien die Mengen  $A \cap B = \{2,4,6\}$ ,  $B \cap C = \{2,5\}$ ,  $A \setminus B = \{1,2,4\}$ .

Berechnen Sie die Mengen

- a)  $\bar{A}$       b)  $(A \cup C) \cap B$

### Aufgabe 7

- a) Skizzieren Sie die Menge  $M = [0,1]^3$  im kartesischen Koordinatensystem !  
b) Geben Sie folgende Menge als Intervall an:  $((1,3] \cap (2,5]) \cup [1,4) \setminus \{1\}$   
c) Berechnen Sie  $A \times B$  und  $B \times A$  für die Mengen  $A = \{2,4,8,16,32\}$  und  $B = \{7, 21, 14, 28, 35\}$ !

### Aufgabe 8

Stellen Sie die Menge der durch 3 teilbaren ganzen Zahlen durch eine definierende Eigenschaft dar! Wie viele Elemente hat diese Menge,  $=|N|$ ,  $<|N|$  oder  $>|N|$ ? (Begründung angeben!).