

Matrizenoperationen**Aufgabe 1:**

Bestimmen Sie die Transponierten folgender Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 3 & 2 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Welche dieser Matrizen sind symmetrisch?

Aufgabe 2:

Man multipliziert 2 Matrizen A und B miteinander, indem man das Skalarprodukt jeder Zeile von A mit jeder Spalte von B bildet:

$$\text{Sei } A = \begin{pmatrix} \vec{a}_1^T \\ \vdots \\ \vec{a}_m^T \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \vec{b}_1 & \cdots & \vec{b}_n \end{pmatrix}.$$

$$\text{Dann ist } A * B = \begin{pmatrix} \vec{a}_1^T \\ \vdots \\ \vec{a}_m^T \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \vec{b}_1 & \cdots & \vec{b}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mn} \end{pmatrix} \quad \text{mit } c_{ij} = \vec{a}_i^T \cdot \vec{b}_j \quad \text{für alle } i=1,\dots,m$$

und $j=1,\dots,n$.

Multiplizieren Sie jeweils die Matrizen A und B miteinander, d.h. berechnen Sie $A*B$ und $B*A$!

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{b) } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

c) Begründen Sie, warum die Matrizenmultiplikation für folgende Matrizen A und B nicht möglich ist!

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3:

$$\text{Seien } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}. \quad \text{Berechnen Sie die Matrix } C = A^T \cdot B \quad \text{und } D = B^T A.$$

Aufgabe 4:

Berechnen Sie die Lösung des folgenden Gleichungssystems:

$$2x + 3y = 2$$

$$-4x + 2y = 1$$

- a) Durch das Einsetzverfahren
- b) Durch Verwendung von Determinanten (Cramersche Regel)
- c) Durch Verwendung der inversen Koeffizientenmatrix

Machen Sie jeweils die Probe!

Aufgabe 5

Gegeben seien folgende Messdatenpaare: (2,3) und (5,1).

Geben Sie die Gerade $y=ax+b$ an, die durch die beiden Punkte verläuft, indem Sie

- a) ein Gleichungssystem aufstellen, welches die beiden Parameter a und b der Geraden erfüllen müssen!
- b) dieses Gleichungssysteme durch die Cramersche Regel lösen!