Aufgabe 1
Berechnen Sie folgende Integrale

a) $\int \frac{3}{x^4} + 2\frac{1}{x^3}dx$ b) $\int 2x^3 - 3\sin(x) + e^{-2x}dx$ c) $\int_0^2 x^{-5} + 2e^x dx$ d) $\int_{-\infty}^0 e^x dx$

Aufgabe 2

a) Wie lautet die Stammfunktion zu f(x) = 3sin(x) – 4 cos(x)?

b) Berechnen Sie $\int_0^{\pi/2} (3\sin(x) - 4\cos(x))dx$!

c) Berechnen Sie die Fläche zwischen f(x) und x-Achse:

1. f(x) = $\cos(x)$ für $x \in [-\pi/2, \pi/2]$
2. f(x) = $2\,e^{-x}$ für $x \in [1, 2]$

d) Für welches α gilt: $\int_0^\infty 3e^{-\alpha x}dx = 1$?

Aufgabe 3
Ermitteln Sie den Flächeninhalt der Fläche, die durch $y=x^3$ und die x-Achse für $x \in [0,2]$eingeschlosen wird, indem Sie [0,2] in n Teilintervale zerlegen, und

a) den Grenzwert der Obersumme (Summe der größeren Rechtecke) für $n \to \infty$ bilden
b) den Grenzwert der Untersumme (Summe der kleineren Rechtecke) für $n \to \infty$ bilden
c) das bestimmte Integral von $f(x)=x^3$ über dem Intervall [0,2] unter Verwendung der Stammfunktion F(x) von f(x) berechnen: $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$!

Vergleichen Sie alle 3 Ergebnisse! Was stellen Sie fest?

(Hinweis zu a) und b)): $\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$)

Aufgabe 4

a) Skizzieren Sie sin(x) für x $\in [-\pi, \pi]$!

b) Wie groß ist $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(x)dx$? (ohne zu integrieren angeben!)

c) Wie groß ist $\left| \int_{-\pi}^{\pi} \sin(x)dx \right|$?

d) Wie groß ist $\int_{-\pi}^{\pi} |\sin(x)|\, dx$?

e) Was bedeuten die beiden Integrale b) und d) anschaulich?

Aufgabe 5

a) Skizzieren Sie die Funktionen:

a1) $f(x) = 2x$ a2) $f(x) = \begin{cases} -1 & 0 \le x \le 1 \\ 1 & 1 < x \le 3 \end{cases}$ und f(x) = 0 sonst.

b) Stellen Sie anhand des Grafs der Funktion eine Hypothese darüber auf, wie groß das Integral

b1) $\int_{-1}^{1} 2x dx$ b2) $\int_{0}^{3} f(x)dx$ wobei f(x) wie in a2) definiert ist

ist, ohne das Integral zu berechnen!

c) Berechnen Sie die Integrale b1) und b2) unter Verwendung der Stammfunktion des Integranden und prüfen Sie Ihre unter b) aufgestellte Hypothese!

(Hinweis zu c): Da die Funktion a2) stückweise definiert ist, zerlegen wir das Integral $\int_{0}^{3} f(x)dx$ in 2 Summanden: $\int_{0}^{3} f(x)dx = \int_{0}^{1} f(x)dx + \int_{1}^{3} f(x)dx$)

Aufgabe 6

Als linearen Mittelwert einer Funktion f(x) im Intervall [a,b] bezeichnet man den Ausdruck:

$\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$. Berechnen Sie den linearen Mittelwert für

a) $f(x) = \begin{cases} A & \text{für} \quad 0 \le x \le T \\ -A & \text{für} \quad T \le x \le 2T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ a=0, b = 2T

b) $f(x) = \begin{cases} A/2 & \text{für} \quad 0 \le x \le T \\ -A & \text{für} \quad T \le x \le 2T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$ a=0, b = 2T

Veranschaulichen Sie sich a) und b) anhand der Grafik von f(x)!

Aufgabe 7

a) Wie groß ist der Flächeninhalt der Fläche, die durch $y=x^3$ und die x-Achse für $x\in[-1,1]$eingeschlosen wird?

b) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die durch die Funktionen $y_1(x) = -x^2 + 4$ und $y_2(x) = 0.5x$ eingeschlossen wird!

Aufgabe 8

Ein Auto wird auf seiner Fahrt vom Start an ab den ersten 10 s mit $1m/s^2$ beschleunigt, während der folgenden 80 s fährt es mit konstanter Geschwindigkeit und während der letzten 10 s bis zum Ziel wird mit $1m/s^2$ gebremst.

Berechnen Sie die Geschwindigkeit v(t) (= $\dot{s}(t)$) und den Weg s(t) vom Start bis zum Ziel (also für t= 0s bis t=100s) !.

Skizzieren Sie das Geschwindigkeits-Zeit- und das Weg-Zeit-Diagramm v(t) und s(t)!

Hinweis: a) Für die Beschleunigung a(t) gilt a(t)= $\ddot{s}(t)$.

b) Berechnen Sie v(t) und s(t) jeweils getrennt für die 3 Teilintervalle $t\in[0,10]$s, $t\in[10,90]$s, $t\in[90,100]$s,

 e-mail:grabowski@htw-saarland.de

Aufgabe 9

Berechnen Sie folgende Integrale mittels Partieller Integration!

a) $\int (x^2-1)(x+3)dx$ b) $\int_1^3 (x+3)e^{-3x}dx$ c) $\int \ln(x)dx$

d) $\int \sin^2(x)dx$ e) $\int_0^{2\pi} \sin^2(x)dx$ f) $\int_0^{2\pi} \sin(x)\cos(x)dx$

Aufgabe 10

Berechnen Sie mittels Substitution folgende Integrale:

a) $\int e^{(2x-3)}dx$ b) $\int \frac{\sin(x)}{\cos(x)}dx$ c) $\int_0^{2\pi} \sin(x)\cos(x)dx$

d) $\int_0^1 \frac{8x+6}{2x^2+3x-13}dx$ e) $\int \frac{x}{x^2+1}dx$