Aufgabe 1

Berechnen Sie folgende Integrale mit einer geeigneten Methode:

a) $\int \frac{\ln(x)}{x}dx$ b) $\int -2te^{-t^2}dt$ c) $\int \frac{x^3}{x^4+1}dx$ d) $\int \sin(x)e^{\cos(x)}dx$

e) $\int \sqrt{x-2}\,dx$ f) $\int x\sin(x)dx$ g) $\int \frac{\sqrt{\ln(x)}}{x}dx$ h) $\int 1+\frac{3x+2}{3x^2+4x-12}\,dx$

Aufgabe 2

Berechnen Sie folgende Integrale mit einer geeigneten Methode:

a) $\int \frac{1}{2x-3}dx$ b) $\int \frac{1}{(2x-3)^2}dx$ c) $\int \frac{1}{(2x-3)^n}dx$

d) $\int \frac{1}{\sqrt{2x-7}}dx$ e) $\int \frac{2x+1}{(2x-3)^2}dx$

Aufgabe 3

Die Fläche A, die für $x \in [a,b]$ zwischen f(x) und g(x) eingeschlossen wird, ist

$$A = \int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx$$

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die für $x \in [-2,3]$ zwischen $f(x) = x^2$ und $g(x) = x+2$ eingeschlossen wird!

Aufgabe 4

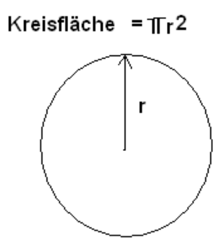
Lesen Sie sich folgenden Text zur Volumenberechnung durch und lösen Sie anschließend die Aufgaben a) , b) und c)

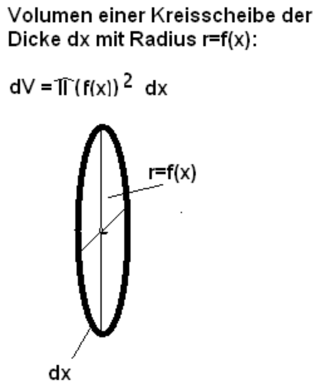
Das Volumen des Körpers, der bei Rotation von f(x) um die x-Achse, $x \in [a,b]$, entsteht ist:

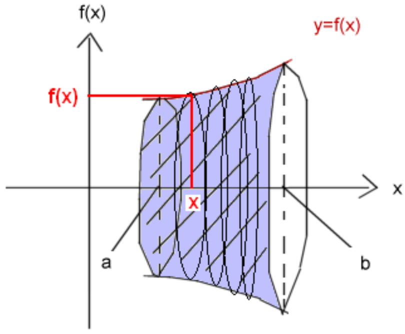
$$V_x = \pi\int_a^b (f(x))^2\,dx\,.$$

Zur Herleitung dieser Formel:

Man kann sich den Rotationskörper als Aneinanderreihung vieler sehr dünner Kreisscheiben zwischen x=a und x=b mit der Dicke (Höhe) dx und dem Radius r=f(x) vorstellen.
Das Volumen einer solchen Kreisscheibe ist dV= Kreisfläche mal Dicke = $\pi(f(x))^2\,dx$.
Demzufolge ist das Volumen des Rotationskörpers gleich der Summe (Integral zwischen a und b) aller zwischen a und b gebildeten Kreisscheiben, siehe Skizze..



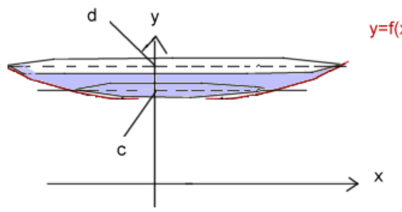




Rotationskörper besteht aus lauter aneinandergereihten Kreisscheiben der Dicke dx.
Volumen des Rotationskörpers:

$$V_x = \int_a^b dV = \int_a^b \pi (f(x))^2\,dx = \pi \int_a^b (f(x))^2\,dx$$

Analog erhalten wir für das Volumen des Körpers, der bei Rotation von f(x) um die y-Achse, y $\in$ [c,d] , entsteht:

<table>
<tr>
<td>$$V_y = \pi\int_c^d (f^{-1}(y))^2\,dy$$</td>
<td></td>
</tr>
</table>

a) Leiten Sie sich die Formel für Vy analog zu den obigen Erklärungen zu Vx her!

b) Bestimmen Sie das Volumen des Drehkörpers, der entsteht, wenn die Funktion $y = \sqrt{x}, \quad 0 \le x \le 4$ um die x-Achse rotiert wird!

c) Bestimmen Sie das Volumen des Drehkörpers, der entsteht, wenn die Funktion $y = \sqrt{x}, \quad 0 \le x \le 4$ um die y-Achse rotiert wird!