

Blatt 1 Differentialgleichungen

Prof. Dr. B. Grabowski

Aufgabe 1)

a) Klassifizieren Sie folgende Differentialgleichungen nach folgenden Kriterien:

- Ordnung der Differentialgleichung
- Partiiell oder gewöhnlich
- linear oder nicht linear

a1) $3y'' - 2y' = \sin(x)$, a2) $3y' - xy = 0$,

a3) $3y'y''' - 2y = \cos(x)$, a4) $\frac{\partial y(x_1, x_2)}{\partial x_1} + 3y(x_1, x_2) = 0$

b) Klassifizieren Sie folgende lineare Differentialgleichungen nach folgenden Kriterien:

- Ordnung
- Konstante Koeffizienten oder nicht
- homogen oder inhomogen

b1) $3y'' - 2y' = \sin(x)$, b2) $3y''' - xy = 0$, b3) $3y'' - x = \sin(x)y' + y$

c) Klassifizieren Sie folgende Differentialgleichungen nach folgenden Kriterien :

- Anfangswertproblem
- Randwertproblem
- weder noch

c1) $y'' + 3y = \sin(x)$, $y(\pi) = 0$, $y'(\pi) = -1$

c2) $y'' + 3y = \sin(x)$, $y(\pi/2) = 2$, $y(\pi) = 0$

c3) $y'' + 3y = \sin(x)$

Aufgabe 2)

Finden Sie durch « Draufschaun » mindestens eine Lösung der folgenden Differentialgleichung :

a) $y'' + 3y = \sin(x)$

b) $y' + y = e^x$

Aufgabe 3)

Lösen Sie folgende Differentialgleichungen

a) $y^{(4)} = \sin(x) + 1$ ($y^{(4)}$ ist die 4. te Ableitung von $y(x)$)

b) $2y'' = e^{-x}$.

c) $2y'' = e^{-x}$. $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$

Aufgabe 4)

Ein Pendel unterliege der periodischen Beschleunigung $a(t) = -5\cos(t)$.

- Bestimmen Sie alle möglichen Geschwindigkeits-Zeit-Funktionen $v(t)$ und Weg-Zeit-Funktionen $s(t)$, die für dieses Pendel in Frage kommen!
- Bestimmen Sie $v(t)$ und $s(t)$ unter der Voraussetzung dass für das Pendel folgende Anfangsbedingungen erfüllt sind: $s(0) = 5$, $v(0)=0$.
- Skizzieren Sie Beschleunigung $a(t)$, Geschwindigkeit $v(t)$ und Weg $s(t)$ in Abhängigkeit von t für die Anfangswerte $v(0)=0$ und $s(0) = 5$.

Aufgabe 5)

Welche der folgenden Differentialgleichungen sind separabel (= trennbar)?

a) $3y' - xy = 0$ b) $xy' + y = 2$ c) $y' + y = 2x$ d) $3y' \cdot y = e^x$

e) $f_1(x)y' + f_0(x)y = 0$

f) Um welche Art Differentialgleichung handelt es sich bei e) ?

Formulieren Sie eine allgemeine Aussage: Differentialgleichungen der Art sind separabel. (Füllen Sie die Pünktchen aus!)

Aufgabe 6)

Lösen Sie folgende Differentialgleichungen durch die Methode der Trennung der Variablen:

a) $y' y = \sqrt{x} + 2$

b) $y' - xy = 0$

c) $2y' + 3y = 0$

d) $4y' + y = 0$

e) Um welche Art Differentialgleichung handelt es sich bei c) und d)?

Was stellen Sie bei der allgemeinen Lösung von c) und d) fest ?

Könnten Sie jetzt sofort die allgemeine Lösung von $y' + 2y = 0$ bzw. $ay' + by = 0$ angeben?