Mathematik 4: Angewandte Mathematik
HTWdS SS 10
Dipl.-Math. Dm. Ovrutskiy

Übungsblatt 1

Interpolation nach Newton, Nevill, Lagrange.

Aufgabe 1

Approximieren Sie $\cos(x)$ *auf* $[-\pi/2, \pi/2]$ *an drei Stützstellen und schätzen Sie den Fehler ab.*

Skizzieren Sie mittels Matlab das Interpolationspolynom und die Cos-Funktion in ein Koordinatensystem.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie das Interpolationspolynom durch die vier Punkte $(0, 1)$, $(1, 2)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$ *mit verschiedenen Methoden (Gleichungssystem mit Van der Monde-Matrix, Lagrange, Newton).*

Aufgabe 3

Vervollständigen Sie das folgende Differenzenschema für ein Newtonisches Interpolationspolynom:

x	y			
*	-2			
		2		
0	0		-1	
		0		*
1	*		2	
		*		
2	4			

Ergänzen Sie das Schema und geben Sie das Newtonsche Interpolationspolynom an.

Aufgabe 4

Zur Interpolation einer Funktion $f : [0,2] \to \mathbb{R}$ *werde eine äquidistante Zerlegung des Intervalls verwendet, d.h. bei gegebenem* $0 < N \in \mathbb{N}$ *wählt man* $x_k := (2k)/N$ *für* $k = 0, ..., N$*. Zeigen Sie, daß in diesem Fall die in der Vorlesung eingeführte Funktion* $\omega(x) := \prod_{k=0}^{N}(x - x_k)$ *die folgende Abschätzung erfüllt:*

$$|\omega(x)| \leq (N+1)! \left(\frac{2}{N}\right)^{N+1} \qquad \forall x \in [0,2].$$

Aufgabe 5

Durch eine ungenaue Übertragung der Funktionswerte f_k *hat sich in der folgenden Tabelle zur Bestimmung eines* ***quadratischen*** *Polynoms ein Fehler eingeschlichen.*

x_k	-2	-1	0	1	2
y_k	10	3	0	2	6

Es ist bekannt, daß ***genau ein*** *Funktionswert* f_k *falsch übermittelt wurde. Formulieren Sie zunächst eine allgemeine und eine speziell auf diesen Fall ausgerichtete Strategie, wie man den fehlerhaften Wert* f_k *auffinden kann. Benutzen Sie sie dann, um den fehlerhaften Wert herauszufinden und berichtigen Sie den entsprechenden Eintrag in der Tabelle.*

Plotten Sie in Matlab die (richtige) Interpolationsparabel und markieren Sie alle gegebene Punkte einschl. den falschen. Markieren Sie den berichtigten Punkt. Beschriften Sie Ihre Grafik.

Aufgabe 6

Polynominterpolation der Daten

x_i	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$
$\tan(x_i)$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1

liefert ein Näherungspolynom p *für die Tangensfunktion.*

a) *Mit welchem Fehler* $R(x) = |\tan(x) - p(x)|$ *ist an der Stelle* $x = 0.4$ *höhstens zu rechnen?*

b) *Bestimmen Sie das Interpolationspolynom* p *und berechnen Sie den wirklichen Fehler* $R(0.4) = |\tan(0.4) - p(0.4)|$ *mit dem (Taschen)rechner.*

c) *Plotten Sie die Tan-Funktion sowie das Interpolationspolynom (Matlab).*