

## Probeklausur: Teil Numerik

### Aufgabe 1

Bestimmen Sie das Interpolationspolynom 4. Grades durch die 5 Punkte

$$(0, 0), (1, 1), (2, 0), (3, 1), (4, 0)$$

und geben Sie dieses Polynom in Normalform  $p(x) = \sum_{i=0}^4 a_i x^i$  an.

Welches Interpolationspolynom ergibt sich, wenn die 5 vorgegebene Punkte durch den weiteren Punkt  $(-1, 1)$  ergänzt werden?

Begründen Sie Ihre Wahl des Verfahrens!

### Aufgabe 2

Bestimmen Sie das zu der folgenden Wertetabelle gehörende interpolierende Polynom in der Form  $p(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ :

$x_k$	-1	0	1
$f(x_k)$	-2	1	0
$f'(x_k)$		0	
$f''(x_k)$			4

### Aufgabe 3

Approximieren Sie unter Verwendung der Simpson-Regel

$$S(f) = (b - a) \left( \frac{1}{6} f(a) + \frac{2}{3} f\left(\frac{a+b}{2}\right) + \frac{1}{6} f(b) \right)$$

und der Trapez-Regel die folgende Integrale und geben Sie den auftretenden Quadraturfehler an, indem Sie die Integrale exakt berechnen.

Vergleichen Sie für  $I_1$  den exakten Fehler mit dem a priori abgeschätzten Fehlerwert für das Trapez-Verfahren.

$$I_1 = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\sin^3 x - \cos 2x) dx,$$

$$I_2 = \int_2^3 \frac{x^3 - x}{2x^4 - 4x^2} dx.$$

Erläutern Sie kurz das jeweilige Resultat.