$a \wedge b$

$a \vee b$

$\neg a$

$a \otimes b$

$a \Rightarrow b$

$a \Leftrightarrow b$

$a \Leftarrow b$

$A \cap B$

$A \cup B$

$\bar{A}$

$A \setminus B$

$A \subset B$

$(\subseteq)$

$C \supseteq D$

$x \in A$

$B \ni y$

$$\mathbb{R} \ni x = \underbrace{2y+3}_{\in \mathbb{R}} \in \mathbb{R}$$

$$x \in \mathbb{R}$$

$$\Downarrow$$

$$\dots$$

Zufälliger Versuch
zufällige Ereignisse

Def: Ein unter Beibehaltung von gleichen Bedingungen beliebig oft wiederholbarer Vorgang mit ungewissem Ausgang heißt zufälliger Versuch.

Bezeichnung: V

Die Menge Ω der möglichen Versuchsergebnisse wird als Grundmenge zu V bezeichnet.

$\omega \in \Omega$ stellen jeweils ein mögliches zufälliges Ergebnis bei Durchführung von V dar.

Als Ereignisse zu V bezeichnen wir Teilmengen von Ω.

Bezeichnung: $A, B, C, \ldots$

"Ereignis A ist eingetreten"

$\Leftrightarrow$

$\exists \omega \in A$ als Ergebnis des zufälligen Versuchs V beobachtet wurde.

ω nennt man Elementarereignisse.

Bsp: 4 Stifte:

b, g, r, s

V: Ein Stift zufällig auswählen.

Mögliche Elementarereignisse:

Farbe b, g, r, s

ω_1 = "Farbe blau"

ω_2 = "Farbe g"

ω_3 = "Farbe r"

ω_4 = "Farbe s"

$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$

A = "gezogen wird blau"

B = "g.w. blau oder grün"

C = "g.w. nicht rot"

D = "g.w. keine Farbe"

E = "g.w. blau oder grün oder rot oder schwarz"

F = "rot"

$A = \{\omega_1\} \subset \Omega$

$B = \{\omega_1, \omega_2\} \subset \Omega$

$C = \{\omega_1, \omega_2, \omega_4\} =$

$= \Omega \setminus \{\omega_3\} = \overline{F_\Omega}$

$D = \emptyset \subset \Omega$

$E = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\} = \Omega$

Bsp: Würfeln:

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A = \{1\}$

Ereignis, aber nicht Elementar

$B =$ "ungerade Zahl" $=$

$= \{1, 3, 5\} =$

$= \{1\} \cup \{3\} \cup \{5\}$

Elementarereignisse

$\overline{A} = \Omega \setminus A$ heißt

Komplimentärereignis oder

Gegenereignis zu A.

Zwei Ereignisse A und B mit

$A \cap B = \emptyset$

heißen disjunkt, sie können

nicht gleichzeitig eintreten.

Bsp: Stifte:

$A =$ "blau oder grün" $=$

$= \{\omega_1, \omega_2\}$

$B =$ "rot oder schwarz" $=$

$= \{\omega_3, \omega_4\}$

$C =$ "blau oder schwarz" $=$

$= \{\omega_1, \omega_4\}$

$A \cap B = \emptyset \rightarrow$ A und B disjunkt

$A \cap C = \{\omega_1\} \rightarrow$ A und C nicht disjunkt

Ein Ereignis, das immer eintritt, heißt sicheres

Gr.: $A = \Omega$

Ein Ereignis, das nie eintritt, heißt unmögliches

Gr.: $B = \emptyset$

"Elementarereignisse sind "Einermengen"

$A \subseteq B$	Wenn A, dann auch B
$A = B$	$A \supseteq B \wedge A \subseteq B$
$A \cup B$	A oder B oder beide gleichzeitig ("Summe von Ereignissen"
$A \cap B$	A und B (gleichzeitig) ("Produkt von Ereignissen"
$A \setminus B$	A, aber nicht B

Satz: Elementarereignisse sind immer disjunkt.

Das Ereignisfeld

Def: Sei V ein zuf. Vers. mit der Grundmenge Ω.

Ein Ereignisfeld $\mathcal{E}(\Omega)$ zu V über Ω ist eine Menge von Ereignissen $A \subseteq \Omega$, die folgende Eigenschaften hat:

1. $\mathcal{E} \supseteq \phi$

$\Omega \in \mathcal{E}$

2. $A \in \mathcal{E}, B \in \mathcal{E}$

$\Downarrow$

$A \cup B \in \mathcal{E}$

$A \cap B \in \mathcal{E}$

3. $A \in \mathcal{E} \Rightarrow \bar{A} \in \mathcal{E}$

4. Seien $A_i \in \mathcal{E}$, $i = 1, 2, \ldots$ abzählbar unendlich.

Dann:

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{E}$$

$$\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{E}$$

Für Ω endlich

wird oft $\mathcal{E}(\Omega) = \mathcal{P}(\Omega)$

Ereignisfeld wird nicht

ebenfalls bestimmt.