

## Mathematik-Software WS 2008/09

### 7. Übungsblatt

#### Aufgabe 1 *Das Randwertproblem*

$$y'' - y' - 110y = 0, \quad 0 < x < 10 \quad (*)$$

$$y(0) = 1, \quad y(10) = 1 \quad (**)$$

soll mit einem Schießverfahren gelöst werden.

- Berechnen Sie die exakte Lösung von (\*) zu den Anfangswerten  $y(0) = s_1$ ,  $y'(0) = s_2$  und hiermit eine Lösung des Randwertproblems. Geben Sie  $s^* := y'(0)$  zu den Randwerten (\*\*) an.
- Welchen Wert  $\tilde{y}(10)$  erhält man aus den Anfangswerten  $\tilde{y}(0) = 1$ ,  $\tilde{y}'(0) = 10^{-9} - 10$ ? Interpretieren Sie das Ergebnis.

#### Aufgabe 2 *Betrachten Sie die Randwertaufgabe*

$$y'' - (y')^2 = 0, \quad -1 < x < 1$$

mit  $y(-1) = 0$  und  $y(1) = \ln 10$ .

- Geben Sie die Lösung des Anfangswertproblems  $y'' - (y')^2 = 0$ ,  $y(-1, s) = 0$ ,  $y'(-1, s) = s$  an, und berechnen Sie  $\hat{s}$  so, daß  $y(x, \hat{s})$  das Randwertproblem löst.
- In welchem Bereich liegen die  $s$ , die zu einem Pol zwischen  $-1$  und  $1$  führen?

#### Aufgabe 3 *Gegeben sei das lineare Randwertproblem 2. Ordnung*

$$y'' - 100y = 0, \quad 0 < x < 3$$

$$y(0) = 1, \quad y(3) = e^{-30}.$$

- Lösen Sie das Randwertproblem analytisch.
- Welche Lösung  $y(x, s)$  erfüllt die Anfangsbedingungen  $y(0) = 1$  und  $y'(0) = s$ ?
- Wie verhält sich  $|y(3, s + \delta s) - y(3, s)|$  im Vergleich zu  $\delta s$ ? Welche Schwierigkeiten ergeben sich hieraus für die numerische Realisierung des Schießverfahrens?