

Übungsblatt "Eigenwerte & Eigenvektoren"

Aufgabe 1 Berechnen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren folgender Matrizen:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

d) Wieviele Eigenvektoren besitzt folgende Matrix?

Bestimmen Sie diese!

$$\begin{pmatrix} -4 & 0 & 4 \\ 0 & -4 & 0 \\ 9 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 2 Schreiben Sie folgende Differentialgleichungen 2. Ordnung als Systeme der Differentialgleichungen 1. Ordnung um und lösen Sie diese mit Hilfe der Eigenwerte und Eigenvektoren:

1. $y'' - y' - 110y = 0$

2. $y'' - 100y = 0$

Aufgabe 3 Lösen Sie folgendes System der Differentialgleichungen.

Zur Bestimmung der partikulären Lösung wenden Sie die Methode der Variation der Konstanten an!

Die allgemeine Lösung des inhomogenen linearen Gleichungssystems ist dann (laut dem Zerlegungssatz!) die Summe der allgemeinen Lösung des zugehörigen homogenen DGLs und der speziellen Lösung des inhomogenen DGLs!

$$\begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e^x \\ 0 \end{pmatrix}, \quad x \geq 0.$$

Weilche spezielle Lösung genügt den Anfangsbedingungen $y_1(0) = 0.5$, $y_2(0) = 0$?