

HTW DES SAARLANDES
Ing.-Wiss. Fakultät, MST/M
Numerik & Statistik SS 2011
Prof. Dr. B. Grabowski
Dipl.-Math. Dm. Ovrutskiy

Probeklausur

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Hinweise:

- Begründen Sie alle Aussagen bzw. machen Sie Lösungswege deutlich!
- Lösen Sie bitte jede Aufgabe auf einem separaten Blatt. Sollten Sie für die Lösung einer Aufgabe mehr als ein Blatt brauchen, nummerieren Sie bitte diese Blätter und schreiben auf jedem Blatt die Nummer der entspr. Aufgabe.
- Versehen Sie bitte jedes Blatt mit Ihrem Namen und Matrikelnummer.

Viel Erfolg!

1 Numerik

1.1 Anfangswertprobleme

(3 Punkte)

Numerik-Aufgabe 1 Bestimmen Sie alle Runge-Kutta-Verfahren der Gestalt

$$\begin{array}{c|cc} 0 & & \\ 2/3 & a_{21} & \\ 3/4 & a_{31} & a_{32} \\ \hline & b_1 & b_2 & b_3 \end{array}$$

die die Ordnung 3 haben.

1.2 Schießverfahren

(Bitte 1 von 2 auswählen, jede Aufgabe 4 Punkte)

Numerik-Aufgabe 2 Betrachten Sie die Randwertaufgabe

$$y'' - (y')^2 = 0, \quad -1 < x < 1$$

mit $y(-1) = 0$ und $y(1) = \ln 10$.

- Geben Sie die Lösung des Anfangswertproblems $y'' - (y')^2 = 0$, $y(-1, s) = 0$, $y'(-1, s) = s$ an, und berechnen Sie \hat{s} so, daß $y(x, \hat{s})$ das Randwertproblem löst.
- In welchem Bereich liegen die s , die zu einem Pol zwischen -1 und 1 führen?

Numerik-Aufgabe 3 Gegeben sei das lineare Randwertproblem 2. Ordnung

$$\begin{aligned} y'' - 100y &= 0, & 0 < x < 3 \\ y(0) &= 1, & y(3) = e^{-30}. \end{aligned}$$

- Lösen Sie das Randwertproblem analytisch.
- Welche Lösung $y(x, s)$ erfüllt die Anfangsbedingungen $y(0) = 1$ und $y'(0) = s$?
- Wie verhält sich $|y(3, s + \delta s) - y(3, s)|$ im Vergleich zu δs ? Welche Schwierigkeiten ergeben sich hieraus für die numerische Realisierung des Schießverfahrens?

1.3 Differenzenverfahren

(Bitte 1 von 2 auswählen)

Lösen Sie die Aufgabe Ihrer Wahl, 1 von 2

Numerik-Aufgabe 4

Numerik-Aufgabe 5 (3 Punkte) Seien für eine glatte Funktion f die Werte f_i von f an diskreten Punkten $i \in \mathbb{Z}$ gegeben. Der Abstand zwischen zwei Punkten $i, i + 1$ betrage jeweils $h > 0$. Finde eine Approximation für die zweite Ableitung von f in i mit Hilfe der Funktionswerte f_{i-3}, f_i, f_{i+3} von möglichst hoher Konsistenzordnung. Bestimme die Konsistenzordnung.