

HTW DES SAARLANDES
 Fachbereich GIS
 Prof. Dr. H. SALZMANN
 Dipl.-Math. Dm. Ovrutskiy

MATHEMATIK 3 PI-2 WS 2009/10

2. Übungsblatt

Interpolation nach Newton, Aitken-Nevill, Lagrange.

Aufgabe 1 Vervollständigen Sie das folgende Differenzenschema für ein Newtonisches Interpolationspolynom:

x	y		
*	-2		
		2	
0	0	-1	
		0	*
1	*	2	
		*	
2	4		

Ergänzen Sie das Schema und geben Sie das Newtonsche Interpolationspolynom an.

Aufgabe 2 Zur Interpolation einer Funktion $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ werde eine äquidistante Zerlegung des Intervalls verwendet, d.h. bei gegebenem $0 < N \in \mathbb{N}$ wählt man $x_k := (2k)/N$ für $k = 0, \dots, N$. Zeigen Sie, daß in diesem Fall die in der Vorlesung eingeführte Funktion $\phi(x) := \prod_{k=0}^N (x - x_k)$ die folgende Abschätzung erfüllt:

$$|\phi(x)| \leq (N + 1)! \left(\frac{2}{N}\right)^{N+1} \quad \forall x \in [0, 2].$$

Aufgabe 3 Die Funktion $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

soll auf dem Intervall $I = [-1, 1]$ durch ein Polynom interpoliert werden. Dazu soll das Intervall I durch ein äquidistantes Gitter unterteilt werden, d.h. die Stützstellen der Interpolation sind

$$x_k = -1 + k \frac{2}{N}, \quad k = 0, \dots, N.$$

Wie muß man N wählen, so daß der Interpolationsfehler auf jeden Fall kleiner als $\epsilon = 10^{-4}$ wird? Benutzen Sie hierbei die aus der Aufgabe 2 bekannte Abschätzung.

Aufgabe 4

Gegeben sind die Daten:

$$a) \begin{array}{c|c|c|c} x_i & -1 & 0 & 1 \\ \hline f_i & 1 & -3 & -3 \end{array}$$

$$b) \begin{array}{c|c|c|c} x_i & 0 & 1 & 2 \\ \hline g_i & -3 & -3 & -1 \end{array}$$

$$c) \begin{array}{c|c|c|c|c} x_i & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline h_i & 1 & -3 & -3 & -1 \end{array}.$$

- a) Bestimmen Sie das Interpolationspolynom $p(x)$ zu f nach Lagrange und nach Newton.
- b) Bestimmen Sie das Interpolationspolynom $q(x)$ zu g nach Newton
- c) Berechnen Sie das Interpolationspolynom $r(x)$ zu h nach Aitken-Neville unter Verwendung der Resultate von a) und b), sowie in der Newton'schen Form, wobei Sie die schon berechneten Tabellen aus a) und b) verwenden.