HTW DES SAARLANDES
Prof. Dr. R. Lenz
Dipl.-Math. Dm. Ovrutskiy

MATHEMATIK 3 PI-2 WS 2010/11

2. Übungsblatt

Interpolation; *Splines*; *Regression.*

Aufgabe 1

Beweisen Sie die in Satz 1.1 behauptete Eindeutigkeit des Interpolationspolynoms.

Aufgabe 2 *Bestimmen Sie die Zahlen α und β derart, daß die Funktion*

$$S : [0,2] \to \mathbb{R}, \qquad S(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(-x^3 + \alpha x + 4)) & \text{für} \quad 0 \le x \le 1 \\ \frac{1}{4}(x^3 + \beta x^2 + 7x + 2)) & \text{für} \quad 1 < x \le 2 \end{cases}$$

ein natürlicher kubischer Spline ist.

Aufgabe 3

Durch eine ungenaue Übertragung der Funktionswerte f_k hat sich in der folgenden Tabelle zur Bestimmung eines ***quadratischen*** *Polynoms ein Fehler eingeschlichen.*

x_k	-2	-1	0	1	2
y_k	10	3	0	2	6

Es ist bekannt, daß ***genau ein*** *Funktionswert f_k falsch übermittelt wurde. Formulieren Sie zunächst eine allgemeine und eine speziell auf diesen Fall ausgerichtete Strategie, wie man den fehlerhaften Wert f_k auffinden kann. Benutzen Sie sie dann, um den fehlerhaften Wert herauszufinden und berichtigen Sie den entsprechenden Eintrag in der Tabelle.*

Aufgabe 4

Gegeben seien die Stützstellen $x_0 = -1, x_1 = 0$ und $x_2 = 1$ mit den dazugehörigen Stützwerten $f_0 = 1, f_1 = 2$ und $f_2 = 1$. Man berechne mit Algorithmus 1.4 den natürlichen Spline $\varphi(x)$ auf dem Intervall $I = [-1, 1]$ bezüglich der Zerlegung $\mathcal{Z}_I = \{x_0, x_1, x_2\}$.

Aufgabe 5

Leiten Sie analog zu Algorithmus 1.4 einen Algorithmus her zur Berechnung der stückweise linear Interpolierenden $\varphi : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$.

Aufgabe 6

Berechnen Sie ***ohne Taschenrechner*** *die Regressionsgerade* $y = a + bx$ *nach Methode der kleinsten Quadrate für die folgenden Beobachtungswerte* (x_i, y_i), $i = 1, ..., 6$*:*

$$(0;0), (0;1), (1;1), (1;2), (2;2), (2;3).$$

Zeichnen Sie zunächst die Messdatenpunkte in ein Koordinatensystem ein und stellen Sie eine Hypothese darüber auf, welche Gerade die beste sein kann.