

## MATHEMATIK 3 PI-2 WS 2011/12

### 1. Übungsblatt

*Interpolation nach Newton, Lagrange; Splines.*

#### Aufgabe 1

Beweisen Sie die in Satz 1.1 behauptete Eindeutigkeit des Interpolationspolynoms.

#### Aufgabe 2

Vervollständigen Sie das folgende Differenzenschema für ein Newtonsches Interpolationspolynom:

$x$	$y$		
*	-2		
		2	
0	0	-1	
		0	*
1	*	2	
		*	
2	4		

Ergänzen Sie das Schema und geben Sie das Newtonsche Interpolationspolynom an.

#### Aufgabe 3

Gegeben seien die Stützstellen  $x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{2}$  und  $x_2 = 1$  mit den dazugehörigen Stützwerten  $f_0 = 1, f_1 = \frac{4}{5}$  und  $f_2 = \frac{1}{2}$ . Berechnen Sie via Algorithmus 1.2 das Newton'sche Interpolationspolynom  $P_2(x)$ .

#### Aufgabe 4

Gegeben sind die Daten:

$$a) \begin{array}{c|c|c|c} x_i & -1 & 0 & 1 \\ \hline f_i & 1 & -3 & -3 \end{array}$$

$$b) \begin{array}{c|c|c|c|c} x_i & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline h_i & 1 & -3 & -3 & -1 \end{array}.$$

1. Bestimmen Sie das Interpolationspolynom  $p(x)$  zu  $f$  nach Lagrange und nach Newton.
2. Berechnen Sie das Interpolationspolynom  $r(x)$  zu  $h$  am effizientesten.

**Aufgabe 5**

Gegeben seien die Stützstellen  $x_0 = -1, x_1 = 0$  und  $x_2 = 1$  mit den dazugehörigen Stützwerten  $f_0 = 1, f_1 = 2$  und  $f_2 = 1$ . Man berechne mit Algorithmus 1.4 den natürlichen Spline  $\varphi(x)$  auf dem Intervall  $I = [-1, 1]$  bezüglich der Zerlegung  $\mathcal{Z}_I = \{x_0, x_1, x_2\}$ .

**Aufgabe 6**

Leiten Sie analog zu Algorithmus 1.4 einen Algorithmus her zur Berechnung der stückweise linear Interpolierenden  $\varphi : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ .