n Element

k Positionen

---

mit Wiederholung / Zurücklegen

(mit Reihenfolge)

$$n^k$$

---

ohne Wiederholung

mit Reihenfolge

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

---

ohne Wiederholung

ohne Reihenfolge

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!}$$

n Elemente
n Positionen
Ohne Zurücklegen/Wiederh.
mit Reihenfolge

$P_n = n!$

$A_n^k = C_n^k \cdot P_k$

$C_n^k = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$

$$C_{100}^{1} = 100$$

$$C_{100}^{1} = \frac{100!}{1!\ 99!}$$

$$100! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 99 \cdot 100$$

Wieviele "0" hat 100! am Ende in der exakten Darstellung?

$60 = 6 \cdot 10$

$600 = 6 \cdot 10 \cdot 10 = 6 \cdot 10^2$

$10 = 2 \cdot 5$

$$\overbrace{5, 10, 15, 20, 25, 30, \ldots, 95, 100}^{20}$$

$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot \underline{\underline{5^2}} \cdot 5 \cdot$

$= 5^{24}$

$25, 50, 75, 100$

$\hookrightarrow 24$

$$C_n^0 = \frac{n!}{0!\,n!} = 1$$

$$\boxed{0! = 1}$$

$$C_n^n = \frac{n!}{n!\,0!} = 1$$

$$C_n^{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!\,(n-(n-k))!} =$$

$$= \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = C_n^k$$

Pascalisches Δ

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

$$C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$$

$$\frac{(n-1)!}{k!\,(n-1-k)!} + \frac{(n-1)!}{(k-1)!\,\underbrace{(n-1-(k-1))!}_{(n-k)!}}$$

$$k! = (k-1)! \cdot k$$

$$(k-1)! \cdot k = k!$$

$$(n-k)! = (n-k-1)! \cdot (n-k)$$

$$\frac{(n-1)!\,(n-k)}{k!\,(n-k-1)!\,(n-k)} +$$

$$+ \frac{(n-1)! \cdot k}{(k-1)!\,(n-k)! \cdot k} =$$

$$= \frac{(n-1)!\,(n-k) + (n-1)!\cdot k}{k!\,(n-k)!} =$$

$$= \frac{(n-1)!\,(n-\cancel{k}+\cancel{k})}{k!\,(n-k)!} =$$

$$= \frac{(n-1)!\,n}{k!\,(n-k)!} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} =$$

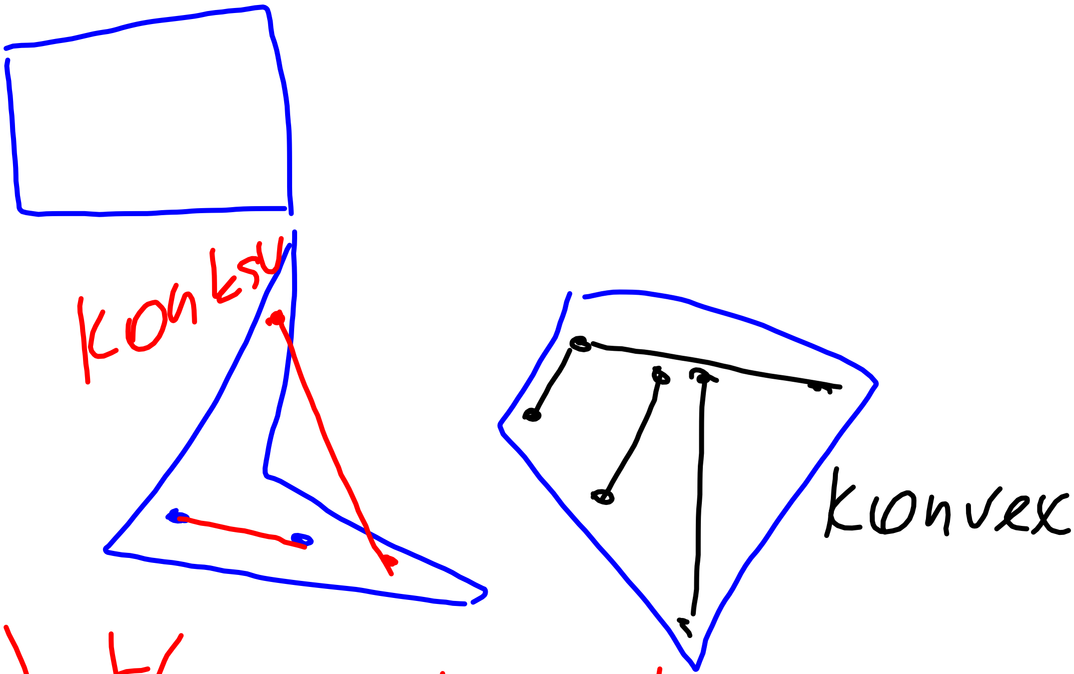
$$= C_n^k$$

n \ k	0	1	2	3	4	
0	1					
1	1	1				
2	1	$2^{2,1}$	1			
3	1	3	3	1		
4	1	4	6	4	1	
5	1	5	10	10	5	1

$k-1$, $n-1$	k, $n-1$
	n, k

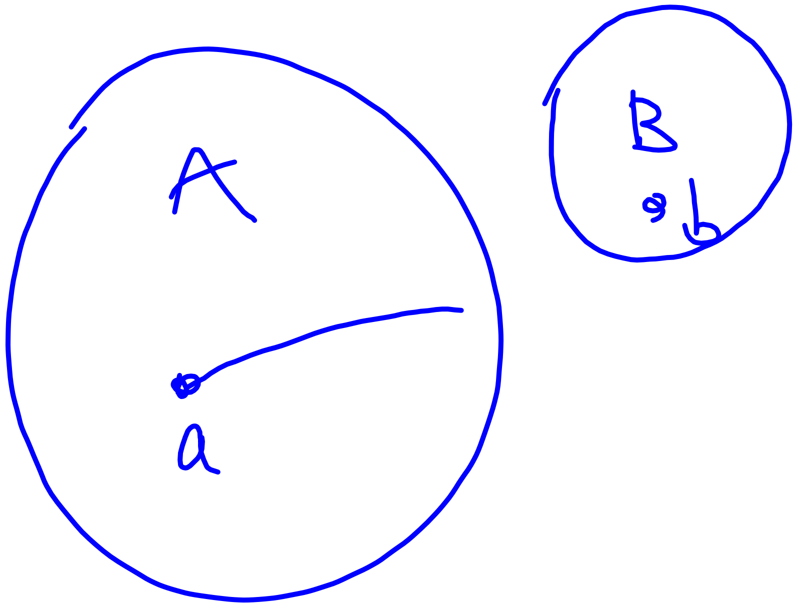
$$C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$$

Konvex vs Konkav



(1) $\forall x, y \in A : \exists$ (stetiger Weg von x und y) $\in A$

zusammenhängend



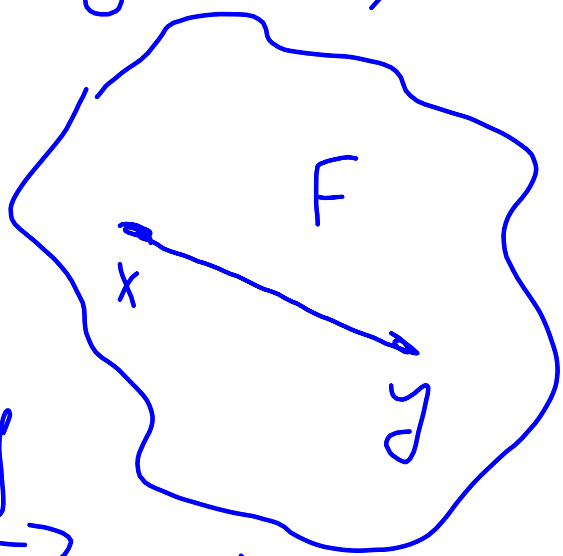
$$A \cup B = C$$

C nicht zusammenhängend

Weiter:

nur zusammenhängende Mengen

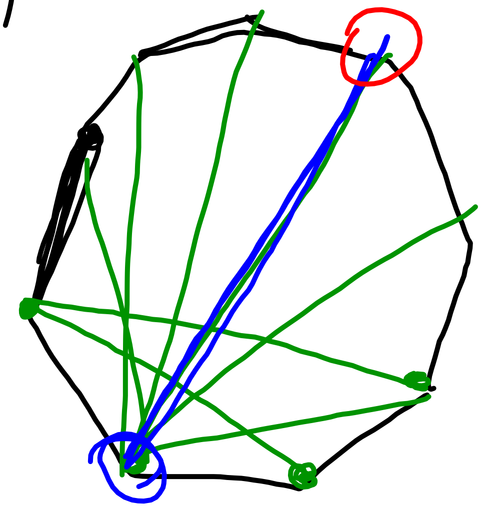
$\forall x, y \in F \; \exists$ (gerade Linie g) : $g \subset F$ mit $x, y \in g$



$\overset{\text{df}}{\Longrightarrow}$ F heißt konvex

sonst konkav

A 1



10 Eckpunkte

Pro Eckpunkt 7 Diagonal

$$\frac{70 \text{ Diagonale}}{2} = 35$$

A4)

10 Spielkarten

4

Ohne Wiederholung

Ohne Reihenfolge

$$C_{10}^{4} = \frac{10!}{4! \cdot (10-4)!}$$

6 B

4

$$C_6^4 = \frac{6!}{4! \cdot (6-4)!}$$

$$\frac{\text{Menge der Spieler}}{C_6^4 \cdot C_{10}^4 = \frac{\cancel{6!} \cdot 10!}{4! \cdot 2! \cdot 4! \cdot \cancel{6!}} =}$$

$$= \frac{10!}{4! \cdot 2! \cdot 4!}$$

4! Möglichkeiten,

die Paare zu bilden

$\Longrightarrow$

$$\frac{10!}{4! \cdot 2! \cdot \cancel{4!}} \cdot \cancel{4!} =$$

$$= \frac{10!}{4! \cdot 2!} = \frac{10!}{48} =$$

$= 75000$

\# Mögl :

$$\binom{36}{18} = C_{36}^{18} = |\Omega|$$

$$= 9075135300$$

$|\Omega|$ $|A|$

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

---

18 Sch. ; 18 rote

9 Assen 9 Assen

Aus 18 schw. Karten werden 9 ausgewählt auf

~~Reihenfolge~~ ~~Zurücklegen~~

$$C^{9}_{18}$$ schw

$$C^{9}_{18}$$ rot

$$C^{9}_{18\,\text{sch.}} \cdot C^{9}_{18\,\text{rot}} = n$$

n Anzahl der passenden Sortierungen

$$\Rightarrow |A| = C_{18}^{9} \cdot C_{18}^{9}$$

$$|\Omega| = C_{36}^{18}$$

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} =$$

$$= \frac{C_{18}^{9} \cdot C_{18}^{9}}{C_{36}^{18}} =$$

$$= \frac{(48\,620)^2}{9\,075\,135\,300} =$$

$$= 0{,}26048$$